

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Югорский государственный университет»



ПД.01 МАТЕМАТИКА:
АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА,
ГЕОМЕТРИЯ

Методические рекомендации по выполнению заданий
внеаудиторной самостоятельной работы
для обучающихся 1 курса образовательных организаций
среднего профессионального образования
очной формы обучения
специальности
15.02.07 Автоматизация технологических процессов
и производств по отраслям,
21.02.01 Разработка нефтяных и газовых месторождений,
21.02.10 Геология и разведка нефтяных и газовых месторождений
базовой подготовки

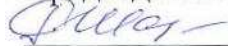
Нижневартовск 2017

ББК 22.14
М34

РАССМОТРЕНО

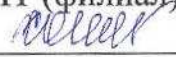
На заседании ПЦК «МиЕНД»
Протокол № 03 от 16.03.2017 г.

Председатель

 Р. Х. Шакирова

УТВЕРЖДАЮ

Председатель методического совета
ННТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»

 Р. И. Хайбулина

«28» марта 2017 г.

Методические рекомендации по выполнению заданий внеаудиторной самостоятельной работы для обучающихся 1 курса образовательных организаций среднего профессионального образования очной формы обучения специальности 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств по отраслям, 21.02.01 Разработка нефтяных и газовых месторождений, 21.02.10 Геология и разведка нефтяных и газовых месторождений по ПД.01 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (базовой подготовки) разработаны в соответствии с:

1. Примерной программой учебной дисциплины Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия профессиональных образовательных организаций, реализующих основную профессиональную образовательную программу СПО на базе основного общего образования с одновременным получением среднего общего образования, одобренной ФГАУ «Федеральный институт развития образования» от 21.07.2015 г.

2. Рабочей программой учебной дисциплины ПД.01 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия, утвержденной 12.09.2016 г.

Разработчик:

Карсакова Е.Н., преподаватель высшей квалификационной категории Нижневартовского нефтяного техникума (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

Рецензенты:

1. Мирошниченко В.В., преподаватель высшей квалификационной категории Нижневартовского нефтяного техникума (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

2. Фазылова Е.Х., преподаватель первой квалификационной категории БУ ПО «Нижневартовский строительный колледж».

Замечания, предложения и пожелания направлять в Нижневартовский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет» по адресу: 628615, Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ, г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по организации внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине ПД.01 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия разработаны в соответствии с Письмом МИНОБРНАУКИ РФ от 17 марта 2015г № 06-259 «Рекомендации по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования» по специальностям 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств по отраслям, 21.02.01 Разработка нефтяных и газовых месторождений, 21.02.10 Геология и разведка нефтяных и газовых месторождений и примерной программой учебной дисциплины Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия профессиональных образовательных организаций, реализующих основную профессиональную образовательную программу СПО на базе основного общего образования с одновременным получением среднего общего образования, одобренной ФГАУ «Федеральный институт развития образования» от 21.07.2015 г.

Освоение содержания учебной дисциплины ПД.01 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия обеспечивает достижение личностных, метапредметных и предметных представлений, умений и знаний обучающихся.

| Освоенные умения, усвоенные знания |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УЗЛ1. сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики; |
| УЗЛ2. понимание значимости математики для научно-технического прогресса, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; |
| УЗЛ3. развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования; |
| УЗЛ4. овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки; |
| УЗЛ5. готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общест- |

| |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| венной деятельности; |
| УЗЛ6. готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности; |
| УЗЛ7. готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно-полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности; |
| УЗЛ8. отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем; |
| УЗМ1. умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; |
| УЗМ2. умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; |
| УЗМ3. владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; |
| УЗМ4. готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать получаемую информацию; |
| УЗМ5. владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; |
| УЗМ6. владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; |
| УЗМ7. целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира; |
| УЗП1. сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке; |
| УЗП2. сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; |
| УЗП3. владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; |

УЗП4. владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

УЗП5. сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

УЗП6. владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

УЗП7. сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Целью методических указаний является организация и управление самостоятельной работой обучающихся в процессе целенаправленного изучения материала, самостоятельного определения уровня знаний и умений.

Основные цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление знаний и практических умений обучающихся;
- углубление и расширение теоретических знаний, формирование умений использовать справочную документацию и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельного мышления;
- развитие исследовательских умений;

1. ОБЪЕМ ЧАСОВ И ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

| Вид учебной работы | Объем часов |
|---------------------------------------------------------|--------------------|
| Максимальная учебная нагрузка (всего) | 351 |
| Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) | 234 |
| в том числе: | |
| лекционные занятия | 130 |
| практические занятия | 104 |
| Самостоятельная работа обучающегося (всего) | 117 |

2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| Наименование разделов и тем | Содержание самостоятельной работы обучающихся | Объем часов | Форма контроля |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 5 |
| Раздел 1. | Развитие понятия о числе | 8 | |
| Тема 1.1. Развитие понятия числа | Подготовить сообщение, эссе, презентацию по выбранной теме | 2 | проверка презентации, сообщения, эссе |
| Тема 1.3. Комплексные числа: алгебраическая форма | Изобразить числа на комплексной плоскости | 2 | Проверка тетради |
| Тема 1.4. Комплексные числа: тригонометрическая форма. | Выполнить действия над числами в тригонометрической форме. | 2 | защита практической работы |
| Тема 1.5. Комплексные числа: показательная форма. | Выполнить действия над числами в показательной форме. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 2. | Уравнения и неравенства | 10 | |
| Тема 2.1. Уравнения и неравенств первой степени. | Решение уравнений и неравенств первой степени. | 2 | защита практической работы |
| Тема 2.2. Уравнения и неравенства второй степени | Решение квадратных неравенств методом интервалов, графическая интерпретация решения. | 2 | защита практической работы |
| Тема 2.3. Уравнения и неравенства, приводимые к линейным и квадратным. | Решение иррациональных уравнений и неравенств– конспект, примеры | 2 | защита практической работы |
| Тема 2.4. Система двух линейных уравнений с двумя переменными. | Решение систем 2 линейных уравнений методом Крамера. | 2 | защита практической работы |
| Тема 2.5. Система трёх линейных уравнений с 3 переменными. | Метод Гаусса для решения системы трёх уравнений с 3 переменными - сообщение, примеры. | 2 | Проверка тетради, сообщения |
| Раздел 3. | Функции, их свойства и графики | 8 | |
| Тема 3.1. Функции. | Найти область определения и множества значений функции. | 2 | Проверка тетради |
| Тема 3.2. Преобразования графиков. | Построение графиков преобразований, анализ построения. | 2 | защита практической работы |
| Тема 3.3. Свойства функции: монотонность и ограниченность. | Сообщение, конспект по теме Кусочно-монотонная и обратная функции. | 2 | Проверка конспекта |
| Тема 3.4. Свойства функции: чётность, нечётность, периодичность. | Интерпретация свойств функции по графику. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 4. | Корни, степени и логарифмы | 10 | |
| Тема 4.1. Арифметический корень n-ой степени, его свойства. Степень с действительным показателем, ее свойства. | Составить таблицу степеней с основаниями и показателями от 0 до 10 | 2 | Проверка таблицы степеней |

| | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------|
| Тема 4.2. Логарифмы и их свойства | Вычисление значений логарифмов по таблице степеней, на калькуляторе. | 2 | защита практической работы |
| Тема 4.3. Степенная функция, её свойства и графики | Построение графиков степенных функций, изучение их сходств и различий. | 2 | защита практической работы |
| Тема 4.5 Показательные уравнения и неравенства | Графическая интерпретация решений показательных уравнений и неравенств. | 2 | защита практической работы |
| Тема 4.6. Логарифмические уравнения и неравенства. | Графическая интерпретация решений логарифмических уравнений и неравенств. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 5. | Основы тригонометрии | 9 | |
| Тема 5.1. Основные понятия тригонометрии | Перевод градусной меры в радианную и наоборот, изображение углов вращения на окружности. | 1 | Проверка конспекта |
| Тема 5.2. Основные тригонометрические тождества и тригонометрические функции | Используя соотношения между функциями одного аргумента, найти значения функций. | 2 | защита практической работы |
| | Построение графиков гармонических колебаний. | 2 | защита практической работы |
| Тема 5.3. Обратные тригонометрические функции | Вычисление значений обратных тригонометрических функций. | 2 | защита практической работы |
| Тема 5.4. Тригонометрические уравнения и неравенства | Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 6. | Прямые и плоскости в пространстве | 6 | |
| Тема 6.1. Прямые и плоскости в пространстве | Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых, аргументирование суждений. | 2 | защита практической работы |
| | Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование суждений. | 2 | защита практической работы |
| | Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения двух плоскостей, аргументирование суждений. | 2 | защита практической работы |
| Итого по 1 семестру: | | 51 | |
| Раздел 7. | Координаты и векторы | 8 | |
| Тема 7.1. Основные векторные понятия | Определение векторных характеристик в моделях пространственных тел. | 2 | Фронтальный опрос |
| Тема 7.2. Декартова прямоугольная система координат в пространстве | Построение точки и вектора в прямоугольной системе координат. | 2 | защита практической работы |

| | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------|
| Тема 7.3. Длина вектора, расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. | Решение векторных задач. | 2 | защита практической работы |
| Тема 7.4. Угол между векторами. Угол между вектором и осью. | Вычисление угла между векторами и направляющих косинусов вектора. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 8. | | 20 | |
| Тема 8.2. Предел числовой последовательности. | Исследование числовых последовательностей. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.3. Предел функции в точке. | Вычисление пределов функций в заданных точках. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.4. Предел функции на бесконечности. | Вычисление пределов функций на бесконечности. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.5. Первый и второй замечательные пределы | Вычисление замечательных пределов. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.6. Понятие производной, её физический и геометрический смысл | Таблица производных элементарных функций. | 2 | Математический диктант |
| Тема 8.7. Производные суммы, разности, произведения, частного | Дифференцирование заданных функций. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.9. Производные элементарных логарифмических и показательных функций | Вычисление производных показательных и логарифмических функций. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.10. Производные элементарных тригонометрических и обратных тригонометрических функций | Вычисление производных тригонометрических функций. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.11. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремум и построению графика. | Исследование функции на монотонность и экстремум. | 2 | защита практической работы |
| Тема 8.12. Применение производной к исследованию функций на выпуклость и точку перегиба и построению графика. | Исследование функции на выпуклость и точку перегиба | 2 | защита практической работы |
| Раздел 9. | Интеграл и его применение | 10 | |
| Тема 9.1. Первообразная функции и неопределённый интеграл | Таблица неопределённых интегралов | 2 | Математический диктант |
| Тема 9.2. Метод замены переменной в неопределённом интеграле | Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменной | 2 | защита практической работы |
| Тема 9.4. Непосредственное интегрирование определённых интегралов | Вычисление определённых интегралов | 2 | защита практической работы |

| | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------|
| Тема 9.5. Метод замены переменной в определенном интеграле | Вычисление определённых интегралов методом подстановки. | 2 | защита практической работы |
| Тема 9.6 Приложения определённого интеграла | Вычисление площадей плоских фигур, ограниченных указанными линиями. | 2 | защита практической работы |
| Раздел 10. | Многогранники и круглые тела | 16 | |
| Тема 10.2. Призма, виды призм. Объем и площади поверхностей призмы | Развёртка треугольной призмы и площадь её поверхности | 2 | Проверка тетради |
| Тема 10.3 Параллелепипед и куб, основные свойства. Объёмы и площади поверхностей параллелепипеда и куба | Развёртка параллелепипеда и площадь его поверхности. | 2 | Проверка тетради |
| Тема 10.4 Пирамида и ее свойства. Объем и площади поверхностей пирамиды | Вычисление объема и площадей поверхностей пирамиды | 2 | защита практической работы |
| Тема 10.5 Усеченная пирамида и её свойства. Объем и площади поверхностей. | Вычисление объема и площадей поверхностей усеченной пирамиды | 2 | защита практической работы |
| Тема 10.6 Тело вращения и его элементы. | Составить кроссворд по теме Тело вращения и его элементы | 2 | Проверка кроссвордов |
| Тема 10.7 Цилиндр и его свойства. Объем и площадь поверхности цилиндра | Построение сечений цилиндра и вычисление их площади. | 2 | защита практической работы |
| Тема 10.8 Конус и усечённый конус, основные характеристики. Объём и площади поверхности конусов. | Построение сечений конуса и усеченного конуса и вычисление их площади. | 2 | защита практической работы |
| Тема 10.9 Шар и сфера. Объем шара и площадь поверхности сферы. | Подготовить сообщение, реферат, презентацию по теме Тела вращения вокруг нас | 2 | Проверка сообщения |
| Раздел 11. | Комбинаторика | 6 | |
| Тема 11.1. Основные понятия комбинаторики: множества | Установить отношения множеств | 2 | защита практической работы |
| Тема 11.2 Операции над множествами | Выполнение операций над множествами, построение диаграмм. | 2 | защита практической работы |
| Тема 11.3. Комбинаторные соединения | 1) Конспект - Свойства комбинаторных соединений; 2) Решение комбинаторных задач. | 2 | Проверка конспекта |
| Раздел 12. | Элементы теории вероятностей и математической статистики | 6 | |
| Тема 12.1 Случайное событие и его вероятность | Решение тестовых заданий на вычисление вероятности события. | 2 | Фронтальный опрос |
| Тема 12.2 Теоремы сложения и умножения вероятностей | 1) Конспект по теме Условная вероятность; 2) Решение задач на вычисление вероятностей событий. | 2 | Проверка тетради |

| | | | |
|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------|
| Тема 12.3 Представление статистических данных | Решение тестовых заданий на вычисление числовых характеристик статистических данных. | 2 | Фронтальный опрос |
| | | Всего: | 117 |

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Для формирования навыков самостоятельной работы, овладения приемами познавательной деятельности, способностью решать творческие и практические задачи необходимо строго следовать рекомендации по их выполнению.

Условия выполнения заданий:

1. Внимательно прочитайте учебный материал указанной темы. Уточните в справочной литературе непонятные термины.
2. Выделите главное;
3. Кратко сформулируйте основные положения;
4. Выпишите основные определения и формулы;
5. Особое внимание уделите разбору решения типовых примеров и задач.
6. Выполните задания и оформите их согласно требованиям.
7. Графики, схемы, рисунки выполняйте аккуратно с помощью чертёжных инструментов.

Кроме традиционных форм и методов, могут быть использованы

- работа с Интернет-технологиями (посещение образовательных сайтов, поиск научной литературы и необходимой информации);
- метод проектов с применением средств Microsoft Office (создание презентации, электронных таблиц, схем, графиков, диаграмм);
- творческие задания с применением средств Microsoft Office (создание тематических проспектов, памяток и т.д.);
- компьютерные практикумы (деловые игры, составление кроссвордов, тестовые задания);
- обучающие - контролирующие программы.

При систематическом использовании информационных технологий в сочетании с традиционными методами обучения можно значительно повысить эффективность самостоятельного обучения.

Критерии оценки самостоятельной работы

| Результат выполнения работы | | Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений | |
|-----------------------------|----------|---------------------------------------------------------------|---------------------|
| Количество заданий | (%) | оценка | вербальный аналог |
| 4 | 100 | 5 | отлично |
| 3 | 75 | 4 | хорошо |
| 2 | 50 ÷ 65 | 3 | удовлетворительно |
| 1 | менее 50 | 2 | неудовлетворительно |

4. ЗАДАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

РАЗДЕЛ 1. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

1.1. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ЧИСЛА

Цель:

- закрепить знания по истории развития математики;
- сформировать умения подготовки сообщений по заданной теме;
- развить навыки работы с интернет - ресурсами.

Задания для самостоятельного выполнения: Подготовить на выбор сообщение, эссе, презентацию по теме «Выдающиеся учёные-математики», «Значение математики в будущей профессиональной деятельности», «Почему нужно изучать математику»?

Требования к выполнению: Внимательно изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал, проанализируйте дополнительно интернет – ресурсы. Выберите заинтересовавшую вас тему и сделайте по ней сообщение или эссе, либо презентацию. В приложениях данного пособия ознакомьтесь с методическими рекомендациями по их оформлению.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

1.3. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА: АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ФОРМА

Цель:

- сформировать умения изображения комплексного числа на комплексной плоскости;
- развить навыки вычисления модуля и аргумента комплексного числа;
- закрепить знания о геометрической интерпретации комплексного числа.

Задания для самостоятельного выполнения:

Геометрическая интерпретация комплексного числа, изображение на комплексной плоскости.

1) Изобразите на комплексной плоскости комплексные числа:

$$3-3i; \quad -4i; \quad 1+i; \quad 5; \quad -2+2i; \quad 1+\sqrt{3}i;$$

2) Найдите для каждого числа модуль и аргумент.

Требования к выполнению: Для изображения комплексных чисел на комплексной плоскости внимательно изучите предложенную учебную литературу. Для вычисления модуля и аргумента комплексного числа воспользуйтесь необходимыми формулами и таблицей значений тригонометрических функций. Каждое комплексное число, его модуль и аргумент изображаете на одной комплексной плоскости с применением чертёжных инструментов.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

1.4. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМА

Цель:

- сформировать навыки выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме;
- развить умения вычисления модуля и аргумента комплексного числа;
- закрепить навыки преобразований комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую и наоборот.

Задания для самостоятельного выполнения

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

1. Выполните умножение.
2. Выполните деление.
3. Возведите в степень.
4. Найдите значения корня.
 1. $[\cos(2\pi/3) + i \sin(2\pi/3)] \cdot 5[\cos(-\pi/2) + i \sin(-\pi/2)]$;
 2. $6(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ) : 2(\cos(-50^\circ) + i \sin(-50^\circ))$.
 3. $[\cos(\pi/24) + i \sin(\pi/24)]^8$.
 4. $\sqrt[3]{i}$.

Требования к выполнению: Для выполнения действий умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня n-ой степени над комплексными числами в тригонометрической форме необходимо знание соответствующих формул. Выпишите их из рекомендуемых источников и решите примеры по предлагаемому образцу.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

1.5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА: ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФОРМА

Цель:

- сформировать навыки выполнения действий над комплексными числами в показательной форме;
- развить умения возведения в степень и извлечения корня;
- закрепить знания о показательной форме комплексного числа.

Задания для самостоятельного выполнения

Действия над комплексными числами в показательной форме.

1. Выполните умножение и деление каждой пары чисел;
2. Вычислите $\sqrt[3]{z_1}$;
3. Найдите z_2^2 .

1. $z_1 = 125 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{5} \cdot e^{0,3i};$
2. $z_1 = 27 \cdot e^{-3i}; z_2 = 5 \cdot e^{0,2i};$
3. $z_1 = 64 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{8} \cdot e^{\frac{1}{2}i};$

Требования к выполнению: Для выполнения действий умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня n-ой степени над комплексными числами в показательной форме необходимо знание соответствующих формул. Выпишите их из рекомендуемых источников и решите примеры по предлагаемому образцу.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 2. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

2.1. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

Цель:

- сформировать умения решения уравнений и неравенств по заданному алгоритму;
- развить навыки графического решения системы линейных неравенств;
- закрепить знания об уравнениях и неравенствах с одной переменной.

Задания для самостоятельного выполнения

Решение уравнений и неравенств первой степени.

1. Найти корень уравнения

$$3x - \frac{x+2}{4} - \frac{3x-2}{2} + \frac{x-1}{3} = 1;$$

2. Решить неравенство

$$(x-3)^2 - 11 \geq (x+2)^2;$$

3. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} 6x - 7 > 5x - 1, \\ 3x + 6 > 8x - 4; \end{cases}$$

3. $\begin{cases} 6x - 7 > 5x - 1, \\ 3x + 6 > 8x - 4; \end{cases}$

Требования к выполнению:

При выполнении заданий 1-2 воспользуйтесь заданным алгоритмом решения. В 3 задании множество решений покажите штриховкой на числовой прямой.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

2.2. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

Цель:

- сформировать умения решения квадратных неравенств методом интервалов;
- развить навыки определения знака функции на интервалах;

- закрепить знания о квадратных уравнениях и неравенствах;

Задания для самостоятельного выполнения

Решение квадратных неравенств методом интервалов, графическая интерпретация решения.

1. $x^2 + 9x + 20 \geq 0$;
2. $-2x^2 + 5x + 12 \leq 0$;
3. $x^2 + 4x > 0$;
4. $x^2 - 169 < 0$.

Требования к выполнению:

При решения квадратных неравенств методом интервалов пользуйтесь заданным алгоритмом, учитывайте особенности строгих и нестрогих неравенств, в ответ записывайте промежутки, знак которых удовлетворяет условию неравенства. Сделайте графическую интерпретацию решения.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

2.3. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА, ПРИВОДИМЫЕ К ЛИНЕЙНЫМ И КВАДРАТНЫМ

Цель:

- закрепить знания о методах решения иррациональных уравнений и неравенств;
- сформировать умения определения ОДЗ иррациональной функции;
- развить навыки исключения посторонних корней уравнений.

Задания для самостоятельного выполнения:

Решение иррациональных уравнений и неравенств.

1. Найдите корень уравнения:

- а) $\sqrt{x-3} = x-9$;
- б) $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$.

2. Решите неравенство:

- а) $\sqrt{x^2-1} > x-3$;
- б) $\sqrt{3x+1} > \sqrt{2-x}$.

Требования к выполнению:

При решении иррациональных уравнений и неравенств пользуйтесь заданным алгоритмом, учитывайте ОДЗ подкоренной функции, в ответ записывайте корни, удовлетворяющие условию.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

2.4. СИСТЕМА ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Цель:

- закрепить знания о системе 2 линейных уравнений с 2 переменными;

- сформировать умения вычисления определителя второго порядка;
- развить навыки решения системы 2 линейных уравнений методом Крамера.

Задания для самостоятельного выполнения:

Решение систем 2 линейных уравнений методом Крамера.

1. Вычислите определитель второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 12 & 13 \\ 13 & 12 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 14 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} -6 & 3 \\ -22 & -2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ -14 & -2 \end{vmatrix}$.

2. Решите системы по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} 3x - y = -1, \\ x - 4y = -15. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + y = -14, \\ x - 3y = 3. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 2y = -11, \\ -x + 5y = 15. \end{cases}$

Требования к выполнению:

Решение системы 2 линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера основано на вычислениях определителей второго порядка. Выпишите правило вычисления определителя второго порядка и воспользуйтесь им при выполнении 1 и 2 задания. Полученные приближённые значения x и y округлите до целых.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

2.5. СИСТЕМА ТРЁХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ТРЕМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Цель:

- закрепить знания о системе 3 уравнений с 3 переменными;
- сформировать умения решения системы методом Гаусса;
- развить навыки написания опорного конспекта по заданной теме.

Задания для самостоятельного выполнения:

Метод Гаусса для решения системы 3 уравнений с 3 переменными-конспект, примеры.

1. Написать опорный конспект по теме: Метод Гаусса для решения системы 3 уравнений с 3 переменными.

2. Решить системы методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x + 3y + 3z = 4 \\ 2x - 4y + z = -3; \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 5x - 4y + z = 8; \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 2y - 3z = -1 \\ 6x - 4y + z = -3. \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$

Требования к выполнению:

1. Внимательно изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал, проанализируйте дополнительно интернет – ресурсы. Составьте план опорного конспекта. В приложениях данного пособия ознакомьтесь с методическими рекомендациями по его написанию.

2. Решите системы методом Гаусса, применяя к каждой из них определённый алгоритм действий.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

3.1. ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить знания основных свойств функции;
- сформировать умения определения области определения и множества значений функции;
- развить навыки табличного задания функции.

Задания для самостоятельного выполнения:

Нахождение области определения и множества значений функций.

1. Найдите область определения и множество значений функций:

а) $y = \sqrt{3x+2}$; б) $y = \frac{x^2+1}{2x}$; в) $y = x^4 - x$.

2. Определите значения функции

$y = \frac{x^2-x+2}{x-1}$ при следующих значениях аргумента:

а) $x = 2$; б) $x = -0.5$; в) $x = 3$; г) $x = -4$; д) $x = 0$.

Требования к выполнению:

1. Изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал, проанализируйте понятия область определения и множество значений функций, определите эти свойства у заданных функций.

2. Вычислите значения функции при каждом значении аргумента, результаты занесите в таблицу.

| | | | | | |
|------|----|------|---|---|---|
| x | -4 | -0,5 | 0 | 2 | 3 |
| f(x) | | | | | |

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

3.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ

Цель:

- закрепить знания о способах преобразования графика функции;
- развить умения табличного задания функции;
- сформировать навыки преобразований графиков функций;

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение графиков преобразований, анализ построения.

1. Постройте графики функций:

а) $y = x$; б) $y = x^3$; в) $y = x^2$; д) $y = -x$; е) $y = \frac{1}{x}$; ф) $y = \sqrt{x}$.

2. Постройте графики преобразований:

а) $y = x + 3$; б) $y = (x - 2)^3$; в) $y = 3x^2$; д) $y = -\frac{1}{2}x$; е) $y = \frac{4}{x}$; ф) $y = \sqrt{x+2}$.

Требования к выполнению:

1. Задайте табличным способом каждую функцию и постройте их графики.

| x | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ |
|------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| f(x) | | | | | |

2. Графики данных функций получают из основных путём преобразований (параллельный перенос вдоль координатных осей, сжатие, растяжение, симметрия). Внимательно изучите предлагаемый учебный материал, определите, какие преобразования вам необходимо произвести с каждой функцией и выполните построения. Проведите анализ построения.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

3.3. СВОЙСТВА ФУНКЦИИ: МОНОТОННОСТЬ, ОГРАНИЧЕННОСТЬ. НУЛИ ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить знания о кусочно-монотонной и обратной функции;
- сформировать навыки применения знаний при исследовании функции;
- развить умения написания опорного конспекта.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Подготовьте опорный конспект на тему: «Кусочно-монотонная функция» и «Обратная функция».

2. Определите промежутки монотонности функций:

а) $y = x^2 + 1$; б) $y = x^4 - x$; в) $y = x^2 + x^3$.

3. Найдите функции, обратные данным:

а) $y = 7x^2 - 8$; б) $y = \sqrt{x - 2}$; в) $y = 4x^3 + 2$.

Требования к выполнению:

1. В приложениях данного пособия ознакомьтесь с методическими рекомендациями по написанию опорного конспекта и выполните задание.

2. Опираясь на положения опорного конспекта, решите задания 2-3.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

3.4. СВОЙСТВА ФУНКЦИИ: ЧЁТНОСТЬ, НЕЧЁТНОСТЬ, ПЕРИОДИЧНОСТЬ. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить знания об основных свойствах функции;
- сформировать навыки исследования функции;
- развить умения построения графиков.

Задания для самостоятельного выполнения:

Интерпретация свойств функции по графику.

1. Определите основные свойства данных функций и постройте их графики:

а) $y = 3x^2 - 5$; б) $y = \sqrt{x - 2}$; в) $y = 4x^3 + 2$.

Требования к выполнению:

1. Исследуйте основные свойства функций по данному алгоритму:

- Область определения;
- Множество значений;
- Чётность (нечётность);
- Периодичность;
- Непрерывность;
- Ограниченность;
- Промежутки возрастания и убывания;
- Нули функции;
- Координаты экстремумов функции;
- Выпуклость графика.

2. Опираясь на результаты исследования, постройте графики функций.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 4. КОРНИ, СТЕПЕНИ И ЛОГАРИФМЫ

4.1. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ N-ОЙ СТЕПЕНИ, ЕГО СВОЙСТВА. СТЕПЕНЬ С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ, ЕЁ СВОЙСТВА

Цель:

- развить навыки возведения в степень, извлечения корня, вычисления логарифмов;
- сформировать умения преобразования степени и корня;
- закрепить знания о свойствах степени, корня;

Задания для самостоятельного выполнения:

Составить таблицу степеней и отработать на ней правила вычисления степени, корня, логарифма.

Требования к выполнению:

На листе формата А4 составьте таблицу степеней. В горизонтальной колонке расположите показатели от 0 до 10, в вертикальной – основания от 2 до 10. В клетке их пересечения укажите результат.

| n \ a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|---|----|-----|------|-------|-----|---|---|---|---|----|
| 2 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | ... | | | | | |
| 3 | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | ... | | | | | |
| 4 | 1 | 4 | 16 | 64 | 256 | ... | | | | | |
| ... | | | | | | | | | | | |
| 10 | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 | ... | | | | | |

Рассмотрим примеры вычисления степеней, корней, логарифмов.

$$4^0 = 1; 2^4 = 16; 3^{-3} = \frac{1}{27}; \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256}; 10^{-2} = 0,01.$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ т.к. } 4^2 = 16; \sqrt[3]{27} = 3, \text{ т.к. } 3^3 = 27; \sqrt[4]{\frac{16}{256}} = \frac{2}{5}, \text{ т.к. } \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{256}.$$

$$\log_2 8 = 3, \text{ т.к. } 2^3 = 8; \log_4 256 = 4, \text{ т.к. } 4^4 = 256; \log_{\frac{2}{5}} \frac{8}{125} = 3, \text{ т.к. } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}.$$

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

4.2. ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА

Цель:

- развить навыки вычисления логарифмов;
- сформировать умения преобразования логарифмических выражений;
- закрепить знания о свойствах логарифмов;

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление значений логарифмов по таблице степеней, на калькуляторе.

1. Найдите значение логарифма.

а) $\log_{16} 256$; б) $\log_2 \frac{64}{4}$; в) $\log_{289} 17$; г) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$; д) $\lg_{\frac{1}{20}} \frac{1}{1000}$; е) $\ln \sqrt{e}$.

2. Выполнив преобразования, найдите значение выражения.

а) $3 \log_{27} 3 + \log_{36} 216 - \log_{25} \frac{1}{125}$; б) $\log_a b^{14} + \log_a b - \frac{1}{14} \log_a b$.

3. Вычислите x .

а) $\log_x \frac{1}{4} = -2$; б) $\log_{0,25} 64 = x$; в) $\log_x 0,81 = -4$.

Требования к выполнению:

При выполнении заданий воспользуйтесь определением логарифма и его свойствами, по необходимости используйте таблицу степеней.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

4.3. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Цель:

- закрепить знания о степенной функции;
- сформировать навыки построения графиков степенных функций;
- развить умение проводить анализ построения.

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение графиков степенных функций, изучение их сходств и различий.

а) $y = x^3$; б) $y = x^{-2}$; в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{2}{3}}$.

Требования к выполнению:

Задайте табличным способом каждую функцию, взяв не менее 5 значений аргумента. Выполните построение графиков функций на одной координатной плоскости, выделите их цветными ручками. Проведите анализ построения. Укажите сходства и различия графиков.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

4.5. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Цель:

- закрепить знания о показательных уравнениях и неравенствах;
- сформировать навыки решения показательных неравенств;
- развить умение графической интерпретации решений показательных неравенств.

Задания для самостоятельного выполнения:

Графическая интерпретация решений показательных неравенств.

а) $5^x > 125$; б) $\left(\frac{4}{9}\right)^{2x-1} > \frac{4}{9}$; в) $2^x + 2^{x+2} \leq 20$;

Требования к выполнению:

Изучите методы решения показательных неравенств и выполните задание. Множество решений неравенства покажите штриховкой на числовой прямой. Проанализируйте результаты решения. Сделайте графическую интерпретацию решения.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

4.6. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Цель:

- закрепить знания о логарифмических уравнениях и неравенствах;
- сформировать навыки решения логарифмических неравенств;
- развить умение графической интерпретации решений логарифмических неравенств.

Задания для самостоятельного выполнения:

Графическая интерпретация решений логарифмических неравенств.

а) $\log_2 x \geq 4$; б) $\log_{0,6}(2x - 1) \leq \log_{0,6} x$; в) $\log_{0,3}(x^2 + 22) < \log_{0,3} 13x$.

Требования к выполнению:

Изучите методы решения логарифмических неравенств и выполните задание. Сделайте графическую интерпретацию решения. Множество решений полученной системы неравенств покажите штриховкой на числовой прямой. Проанализируйте результаты решения.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 5. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ

Цель:

- закрепить знания о градусной и радианной мерах угла;
- сформировать умение применения формул приведения;
- развить навыки решения простейших тригонометрических уравнений.

Задания для самостоятельного выполнения:

Перевод градусной меры в радианную и наоборот, изображение углов вращения на окружности.

1. Переведите из градусной меры в радианную.

а) 125° ; б) 230° ; в) 350° ; г) 760° .

2. Переведите из радианной меры в градусную.

а) $\frac{7\pi}{2}$; б) $\frac{5\pi}{8}$; в) $\frac{11\pi}{9}$; г) $\frac{13\pi}{12}$.

3. Упростите выражения.

а) $\sin(\pi - t)$; б) $\cos(90^\circ - t)$; в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$; г) $\operatorname{ctg}(360^\circ + t)$;

4. Решите уравнение.

а) $\sin t = 2$; б) $\cos t = -1$; в) $\operatorname{tg} t = \sqrt{3}$; г) $\operatorname{ctg} t = -\frac{\sqrt{8}}{3}$.

Требования к выполнению:

Для выполнения 1 и 2 задания используйте формулу, связывающую радианную и градусную меры угла. Изобразите найденные значения углов вращения на окружности. При решении 3 задания воспользуйтесь формулами приведения тригонометрических функций. Для выполнения 4 задания используйте таблицу общих и частных решений простейших тригонометрических уравнений.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

5.2. ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить знания о соотношениях между функциями одного аргумента;
- сформировать умение вычисления значений тригонометрических функций;
- развить навыки тождественных преобразований тригонометрических функций.

Задания для самостоятельного выполнения:

Используя соотношения между функциями одного аргумента, найти значения функций.

1. Найдите значения тригонометрических функций $\cos a$, $\operatorname{tg} a$ и $\operatorname{ctg} a$,

если $\sin a = -0,6$ и $a \in (\pi; 3\pi/2)$

2. Определите знак выражения:

а) $\frac{\sin 205^\circ \cdot \cos 275^\circ}{\operatorname{tg} 200^\circ \cdot \operatorname{ctg} 105^\circ}$; б) $\frac{\cos^2(-245^\circ) \cdot \operatorname{ctg} 215^\circ}{\sin(-300^\circ) \cdot \operatorname{tg}^2 105^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$; б) $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

Требования к выполнению:

При выполнении заданий воспользуйтесь соотношениями между тригонометрическими функциями одного аргумента и знаками функций по координатным четвертям.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель:

- закрепить знания о свойствах тригонометрических функций;
- сформировать умение построения графиков гармонических колебаний;
- развить навыки преобразований графиков функций.

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение графиков гармонических колебаний.

1. $y = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}$;

2. $y = -\frac{3}{2} \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$.

3. $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$;

4. $y = -\operatorname{ctg} x + 1$.

Требования к выполнению:

Графики гармонических колебаний – это графики тригонометрических функций, подвергнутые различным преобразованиям. Для выполнения задания вам понадобятся 4 листа миллиметровой бумаги формата А4, набор цветных ручек, линейка, карандаш. На каждый лист нанесите разметку для тригонометрических функций. С помощью таблицы значений тригонометрических функций выполните построение 4-ёх основных графиков $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$, каждый на отдельном листе. Графики искомых функций получают из основных путём различных преобразований (параллельный перенос вдоль координатных осей, сжатие, растяжение, симметрия). Опираясь на знания, полученные при выполнении практической работы №9, определите, какие преобразования вам необходимо произвести и выполните построения. На каждом листе у вас должно получиться по 3 графика разных цветов.

Учебная литература: Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

5.3. ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить знания об обратных тригонометрических функциях;
- сформировать умения вычисления значений тригонометрических функций;
- развить навыки преобразования тригонометрических выражений.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление значений обратных тригонометрических функций.

Найдите значения выражений:

$$\cos(2 \arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + \operatorname{arctg} \sqrt{3});$$

$$\sin(\arccos(-\frac{1}{2}) + 2 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2});$$

$$\cos(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}));$$

$$\operatorname{ctg}(3 \operatorname{arctg}(-\frac{\sqrt{3}}{3}) - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{3}).$$

Требования к выполнению:

Внимательно изучите теоретический материал. Выпишите определения обратных тригонометрических функций и ознакомьтесь с правилами их нахождения. Для вычисления значения выражений воспользуйтесь таблицей значений тригонометрических функций.

Учебная литература: (1) Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

5.4. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Цель:

- сформировать навыки решения простейших тригонометрических уравнений;
- развить умения графического решения тригонометрических неравенств;
- закрепить знания об обратных тригонометрических функциях.

Задания для самостоятельного выполнения:

Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

1) $2 \sin x + \sqrt{2} = 0;$

2) $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0;$

3) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2};$

4) $\operatorname{ctg}(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{3};$

5) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3};$

6) $\cos x > \frac{1}{2};$

Требования к выполнению:

Для уравнений 1-4 используете таблицу общих и частных решений простейших тригонометрических уравнений, решения покажите на тригонометрической окружности.

Для неравенств 5-6 воспользуйтесь схемой решения простейших тригонометрических неравенств, множество решений покажите штриховкой на тригонометрической окружности.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 6. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

6.1. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ ПРИЗНАКИ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цель:

- усвоить признаки параллельности и перпендикулярности прямых;
- развить навыки пространственного воображения;
- закрепить знания о взаимном расположении прямых в пространстве.

Задания для самостоятельного выполнения:

Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых, аргументирование суждений.

1. Каково взаимное расположение прямых:

1) AD_1 и MN ; 2) AD_1 и BC_1 ; 3) MN и DC ? (Рис.1)

2. Постройте изображение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (Рис.2)

а) назовите плоскости, в которых лежат точка M , точка N ;

б) найдите точку F – точку пересечения прямых MN и BC .

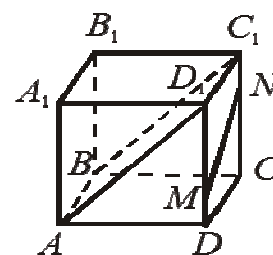
3. Прямые a и b скрещиваются с прямой c . Могут ли прямые a и b пересекаться?

4. а) можно ли провести плоскость через четыре произвольные точки пространства?

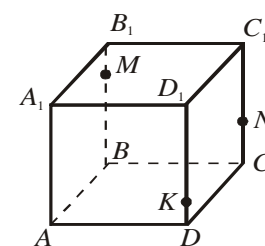
б) можно ли через точку пересечения двух прямых провести третью прямую, не лежащую с ними в одной плоскости?

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите теоретический материал. Проанализируйте случаи взаимного расположения двух прямых в пространстве. Изучите признаки параллельности и перпендикулярности прямых. Аккуратно скопируйте чертежи в тетрадь, выполните необходимые построения и письменно ответьте на вопросы.



(Рис.1)



(Рис.2)

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

ПРИЗНАКИ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цель:

- закрепить знания о взаимном расположении прямой и плоскости в пространстве.
- усвоить признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости;
- развить навыки пространственного воображения;

Задания для самостоятельного выполнения:

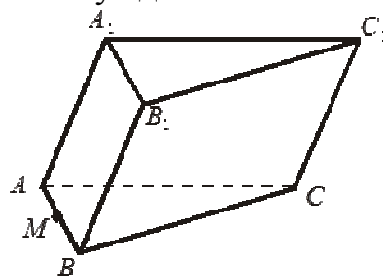
Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование суждений.

1. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. $M \in AB$. (Рис.1)

Постройте:

а) точку пересечения прямой A_1M и плоскости (BB_1C_1) ;

б) линию пересечения плоскостей (A_1MC_1) и (BB_1C_1)



(Рис.1)

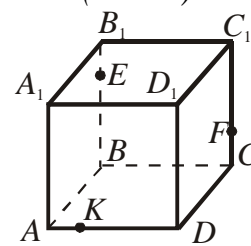
2. Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

а) если $A \in a$, $a \in \alpha$, то $A \dots \alpha$.

б) если $A \in \alpha$, $B \notin \alpha$, то $AB \dots \alpha$.

3. Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$ (Рис.2).

Постройте точки пересечения прямой EF с плоскостями (ABC) .

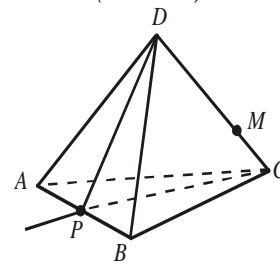


(Рис.2)

4. По рисунку 3 ответьте на вопросы:

а) каким плоскостям принадлежат прямые DB , DK , AB , PC , AC ?

б) в какой точке пересекаются прямая AD и плоскость (ABC) ; BD и (ADC) ; DK и (ABC) ; AB и (PDC) ?



(Рис.3)

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите теоретический материал. Проанализируйте случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве. Изучите признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Аккуратно скопируйте чертежи в тетрадь, выполните необходимые построения и письменно ответьте на все вопросы.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

ПРИЗНАКИ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цель:

- закрепить знания о взаимном расположении двух плоскостей в пространстве.
- усвоить признаки параллельности и перпендикулярности двух плоскостей;
- развить навыки пространственного воображения;

Задания для самостоятельного выполнения

Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения двух плоскостей, аргументирование суждений.

1. Что можно сказать о взаимном положении двух плоскостей?

2. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. $M \in AB$. (Рис.1)

Постройте линию пересечения плоскостей (A_1MC_1) и (BB_1C_1)

3. По чертежу назовите: (Рис.2)

а) линию пересечения плоскостей (ABC) и (AA_1B_1) ;

б) плоскости, которым принадлежит точка M , точка B ;

в) плоскость, в которой лежит прямая MN ; прямая KN .

4. Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

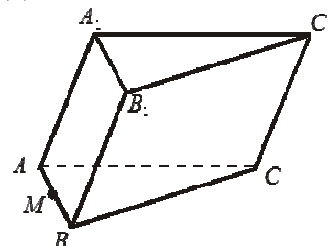
а) если $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $C \in AB$, то $C \dots \alpha$.

б) если $M \in \alpha$, $M \in \beta$, $\alpha \cap \beta = a$, то $M \dots a$.

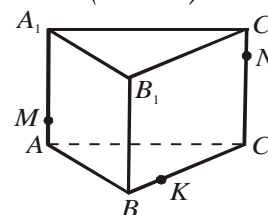
Требования к выполнению:

Внимательно прочтите теоретический материал. Проанализируйте случаи взаимного расположения двух плоскостей в пространстве. Изучите признаки параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Аккуратно скопируйте чертежи в тетрадь, выполните необходимые построения и письменно ответьте на все вопросы.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.



(Рис.1)



(Рис.2)

РАЗДЕЛ 7. ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ

7.1. ОСНОВНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПОНЯТИЯ

Цель:

- закрепить понятие вектора в пространстве, правила нахождения координат вектора;
- развить умения сложения и вычитания векторов, умножения векто-

ра на число;

• сформировать навыки вычисления длины вектора, расстояния между точками в пространстве.

Задания для самостоятельного выполнения

Решение тестовых заданий на определение векторных характеристик.

1. Вектором называется отрезок, имеющий...

- : длину и массу
- : длину и направление
- : длину и скорость
- : длину и плотность
- : длину и ускорение

2. Коллинеарными называют векторы, лежащие

- : на одной прямой или на параллельных прямых
- : на пересекающихся прямых
- : на перпендикулярных прямых
- : в одной плоскости
- : в совпадающих плоскостях

3. Ортогональными называют векторы, лежащие

- : на одной прямой или на параллельных прямых
- : на пересекающихся прямых
- : на перпендикулярных прямых
- : в одной плоскости
- : в совпадающих плоскостях

4. Равными называют векторы с одинаковыми ...

- : длиной и массой
- : длиной и направлением
- : длиной и скоростью
- : массой и плотностью
- : направлением и ускорением

5. Для точек $A(4; -3; 2)$ и $B(-2; 4; -3)$ определите координаты вектора \overline{AB}

- : $(6; -3; -5)$
- : $(6; -7; 5)$
- : $(-6; 7; 5)$
- : $(2; 1; -1)$
- : $(4; -3; 2)$

6. Найдите координаты вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если $\vec{a} = (4; -3; 1)$ и $\vec{b} = (5; -2; -3)$

- : $(9; -5; -2)$
- : $(6; -7; 5)$
- : $(-6; 7; 5)$
- : $(2; 1; -1)$
- : $(4; -3; 2)$

7. Найдите координаты вектора $\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = (4; -3; 1)$ и $\vec{b} = (5; -2; -3)$

- : $(9; -5; -2)$

- : (-1;-1;4)
- : (-6;7;5)
- : (2;1;-1)
- : (4;-3;2)

8. Координаты вектора $2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a} = (2; 0; 0)$ и $\vec{b} = (1; 1; -1)$, равны

- : (1; 3; -3)
- : (1; -3; 3)
- : (2; 1; 3)
- : (2; -1; -3)
- : (1; -3; -3)

9. Длина радиус-вектора $\vec{r} = (x; y; z)$ определяется формулой:

- $\vec{r} = (x^2; y^2; z^2)$
- $|\vec{r}| = \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{z^2}$
- $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $\vec{r} = (x + y - z)$
- $\vec{r} = (x; y; z)$

10. Длина вектора $\vec{a} = (4; -3; 0)$ равна ...

- : 5
- : 25
- : 17
- : 9
- : 3

11. Длина вектора $\vec{b} = (3; 0; -4)$ равна ...

- : 15
- : 5
- : 1
- : 9
- : 3

12. Сложение двух векторов, не имеющих общего начало, производят по правилу...

- : треугольника
- : квадрата
- : параллелограмма
- : прямоугольника
- : ромба

13. Найдите координаты точки С, являющейся серединой отрезка \overline{AB} , если $A(4; 2; -3)$ и $B(6; -4; -1)$

- : (5; -1; -2)
- : (2; -6; 2)
- : (4; -2; -3)
- : (-5; 2; -4)

-.: (3; -4; 2)

14. Найдите длину вектора $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a} = (2; 0; 0)$ и $\vec{b} = (1; 1; -1)$:

-.: 5

-.: $6\sqrt{2}$

-.: $7\sqrt{2}$

-.: $4\sqrt{2}$

-.: 3

15. Даны точки $K(-2; 3; 4)$ и $L(1; 3; 4)$. Длина вектора \overrightarrow{KL} равна...

-.: 81

-.: 3

-.: 17

-.: 9

-.: 5

Требования к выполнению:

Внимательно изучите опорный конспект по теме «Векторы и координаты», выпишите правила нахождения координат вектора; сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число; формулы вычисления длины вектора, расстояния между точками в пространстве. Воспользуйтесь ими при решении тестовых заданий. Задания теста перепишите в тетрадь и поставьте знак «+» возле правильного ответа.

Учебная литература: (3) Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия

7.2. ДЕКАРТОВА ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цель:

- сформировать умения построения вектора в пространстве;
- развить навыки изображения точки в пространстве;
- закрепить знания о правилах вычисления координат вектора;

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение точки и вектора в прямоугольной системе координат.

1. В прямоугольной системе координат постройте:

а) точки $M(2; -3; -5)$; $N(-3; 4; -1)$; $A(1; -5; 7)$

б) векторы $\vec{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{3; -5; 4\}$, $\vec{c} = \{2; 1; -3\}$.

в) векторы \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{NA} .

2. Определите координаты векторов: \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{NA} .

Требования к выполнению:

1. Все построения выполняете в тетради с помощью чертёжных инструментов. Результирующие векторы изображаете цветными ручками.

2. Координаты векторов определяете по правилу: координаты конца – координаты начала.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

7.3 ДЛИНА ВЕКТОРА, РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Цель:

- закрепить знания о координатах вектора в пространстве;
- сформировать умения вычисления длины вектора, расстояния между точками;
- Развить навыки пространственного воображения.

Задания для самостоятельного выполнения:

Решение векторных задач.

1. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$, если $\vec{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{0; -5; -2\}$, $\vec{c} = \{2; 1; -3\}$.
2. Найдите расстояние от точки $(1, 2, -3)$ до координатных плоскостей.
3. Даны точки: $A(0, 2, -3)$, $B(4, -1, 2)$, $C(3, 5, 0)$, $D(2, -6, 0)$, $E(3, 0, 2)$ и $R(-4, 1, 1)$. Найдите:
 - a) координаты векторов \overline{AC} , \overline{BD} , \overline{DC} .
 - b) координаты середины отрезков BE , RC , DB .
 - c) скалярное произведение векторов $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$, $\overline{DE} \cdot \overline{AB}$.
4. Даны точки $A(2, 0, 1)$, $B(3, 2, 2)$ и $C(2, 3, 6)$. Найдите расстояние от начала координат до точки пересечения медианы BE треугольника ABC с его стороной.
5. Найдите длину векторов $\vec{a} = \{1; -2; 0\}$, $\vec{b} = \{0; 8; -2\}$, $\vec{c} = \{2; 10; -3\}$.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите теоретический материал, воспользуйтесь правилами нахождения координат вектора; середины отрезка, сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число; формулы вычисления длины вектора, скалярного произведения векторов, расстояния между точками в пространстве.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

7.4. УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ. УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРОМ И ОСЬЮ

Цель:

- сформировать навыки вычисления углов между векторами и между вектором и осью;
- развить умение определять величину угла по найденной тригонометрической функции;
- закрепить знания о действиях над векторами в координатной форме.

Задания для самостоятельного выполнения

Вычисление угла между векторами и направляющих косинусов вектора.

1. Найти угол между векторами $\overrightarrow{a+b}$ и $\overrightarrow{a-b}$, если $\vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

2. Найдите угол ACB в треугольнике ABC, если A(2; -3;4); B(-2;3;7) и C(1;-2;-5).

3. Найти углы, составляемые вектором \overline{AB} с координатными осями, если A(5;-3;2) и B(9; -1;4).

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия

Методические рекомендации:

Угол между двумя векторами $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ и $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле:

$$\varphi = \overline{\vec{a}, \vec{b}} = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \arccos \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \quad (1);$$

Пример 1. Найти угол между векторами $\overrightarrow{a+b}$ и $\overrightarrow{a-b}$, если $\vec{a} = (1; -1; 2)$ и $\vec{b} = (0; 2; 1)$.

Решение.

1. Определим координаты векторов: $\overrightarrow{a+b} = (1; 1; 3)$ и $\overrightarrow{a-b} = (1; -3; 1)$.

2. Найдём угол между векторами $\overrightarrow{a+b}$ и $\overrightarrow{a-b}$ по формуле (1), подставив в неё соответствующие координаты:

$$\varphi = \overline{\vec{a}, \vec{b}} = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \arccos \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + 3 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 1^2}}$$
$$\arccos \frac{1}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \arccos \frac{1}{11}.$$

3. Определим величину искомого угла φ по таблице значений тригонометрических функций или с помощью калькулятора: $\varphi = 84^\circ 78'$.

Итак, угол между векторами $\overrightarrow{a+b}$ и $\overrightarrow{a-b}$ найден: $\varphi = 84^\circ 78'$.

Пример 2. Найдите угол ACB в треугольнике ABC, если A(1;1;5), B(-2;0;7) и C(-3;-2;5).

Решение. 1. Угол ACB в треугольнике ABC находится между векторами \overline{AC} и \overline{CB} . Определим координаты векторов: $\overline{AC} = (-4; -3; 0)$ и $\overline{CB} = (1; 2; 2)$.

2. Найдём угол между векторами \overline{AC} и \overline{CB} по формуле (1), подставив в неё соответствующие координаты:

$$\angle ACB = \overline{\overline{AC}, \overline{CB}} = \arccos \frac{\overline{AC} \cdot \overline{CB}}{|\overline{AC}| \cdot |\overline{CB}|} = \arccos \frac{-4 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + 0 \cdot 2}{\sqrt{(-4)^2 + (-3)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \arccos \left(\frac{-10}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{9}} \right) =$$
$$\arccos \left(-\frac{10}{15} \right) = \arccos \left(-\frac{2}{3} \right).$$

3. Определим величину искомого угла $\angle ACB$ по таблице значений тригонометрических функций или с помощью калькулятора: $\angle ACB = 131^\circ 81'$.

Итак, угол между векторами \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{CB} найден: $\angle ACB = 131^\circ 81'$.

Пример 3. Найти углы, составляемые вектором \overrightarrow{AB} с координатными осями, если $A(4; -3; -1)$ и $B(2; -1; 5)$.

Решение.

1. Найдём координаты вектора: $\overrightarrow{AB} = (2 - 4; -1 + 3; 5 + 1) = (-2; 2; 6)$.

2. Вычислим длину вектора: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{44}$.

3. Определим углы, составляемые вектором с координатными осями:

с осью OX : $\cos \alpha = \frac{x}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{-2}{\sqrt{44}}; \alpha = \arccos\left(\frac{-2}{\sqrt{44}}\right) = 107^\circ 55'$

с осью OY : $\cos \beta = \frac{y}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{2}{\sqrt{44}}; \beta = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{44}}\right) = 72^\circ 45'$

с осью OZ : $\cos \gamma = \frac{z}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{6}{\sqrt{44}}; \gamma = \arccos\left(\frac{6}{\sqrt{44}}\right) = 25^\circ 24'$

Итак, углы, составляемые вектором с координатными осями, равны $\alpha = 107^\circ 55'$, $\beta = 72^\circ 45'$, $\gamma = 25^\circ 24'$.

РАЗДЕЛ 8. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

8.2 ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Цель:

- сформировать навыки выполнения действий над числовыми последовательностями;

- развить умение исследовать сходимость последовательности по заданному признаку;

- закрепить знания о пределе последовательности;

Задания для самостоятельного выполнения

Исследование числовых последовательностей.

1) Написать первые пять членов последовательности по заданному общему члену:

а) $a_n = \frac{1}{4n^2 + 1}$; б) $a_n = \frac{2^n}{n!}$.

2) Найти формулу общего члена последовательности:

а) $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$; б) $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots$

3) Используя признак Даламбера, исследовать сходимость последовательности:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{6^n}$.

4) Исследовать сходимость последовательности, применяя необходимый признак и радикальный признак Коши.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+4}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}+1\right)^n.$$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа

Методические рекомендации:

На конкретных примерах покажем правила нахождения членов последовательности по заданному общему члену, подбор формулы общего члена последовательности, исследование сходимости числовых последовательностей.

Пример 1. Написать первые пять членов последовательности по заданному общему члену:

$$1) u_n = \frac{n+1}{2^n}; \quad 2) u_n = \frac{3^n}{n!}$$

Решение:

1. Придавая номеру n согласно условия задачи значения 1, 2, 3, 4, 5, получим:

$$u_1 = \frac{1+1}{2^1} = \frac{2}{2}, \quad u_2 = \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}, \quad u_3 = \frac{3+1}{2^3} = \frac{4}{8}, \quad u_4 = \frac{4+1}{2^4} = \frac{5}{16}, \quad u_5 = \frac{5+1}{2^5} = \frac{6}{32}$$

Сложив члены, получим последовательность:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} = \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{5}{16} + \frac{6}{32} + \dots + \frac{n+1}{2^n}$$

2. Придавая номеру n значения 1, 2, 3, 4, 5 и учитывая, что $n!$ -факториал – это произведение первых n натуральных чисел, имеем:

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2, \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24, \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

Следовательно:

$$u_1 = \frac{3}{1!} = 3, \quad u_2 = \frac{3^2}{2!} = \frac{9}{2}, \quad u_3 = \frac{3^3}{3!} = \frac{27}{6}, \quad u_4 = \frac{3^4}{4!} = \frac{81}{24}, \quad u_5 = \frac{3^5}{5!} = \frac{243}{120}.$$

Сложив члены, получим последовательность:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} = 3 + \frac{9}{2} + \frac{27}{6} + \frac{81}{24} + \frac{243}{120} + \dots + \frac{3^n}{n!};$$

Пример 2. Найти общий член последовательности по заданным её

первым членам: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots$

Решение:

Наша задача – найти закономерность, по которой изменяются все члены данной последовательности. Очевидно, что числители не меняются и равны 1. Знаменатели членов последовательности являются нечётными числами, но начинаются не с 1, а с 3, следовательно, они изменяются по

формуле $2n+1$. Тогда общий член последовательности имеет вид

$$u_n = \frac{1}{2n+1}. \quad \text{Итак, преобразуя члены последовательности}$$

$$u_1 = \frac{1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{3}, \quad u_2 = \frac{1}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{1}{5}, \quad u_3 = \frac{1}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{1}{7}, \quad u_4 = \frac{1}{2 \cdot 4 + 1} = \frac{1}{9},$$

получим формулу: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots + \frac{1}{2n+1}$.

Пример 3. Установить расходимость последовательности

$$\sum u_n = \frac{n+1}{2n+4}$$

с помощью необходимого признака.

Решение: Согласно необходимому признаку сходимости, последовательность сходится только при условии, что её общий член u_n стремится к нулю при неограниченном возрастании номера n , т.е. если существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0.$$

Находим предел общего члена u_n , учитывая, что в теории пределов $\frac{1}{\infty} = 0$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+1/n}{2+4/n} = \frac{1+1/\infty}{2+4/\infty} = \frac{1+0}{2+0} = \frac{1}{2} \neq 0.$$

Последовательность расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{2}$.

Пример 4. Исследовать сходимость последовательности, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}.$$

Решение: Согласно признаку Даламбера, последовательность u_n сходится, если коэффициент Даламбера $D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ и расходится, если $D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.

Найдём общий член последовательности $u_n = \frac{2n}{5^n}$, а вместо u_{n+1} члена подставим $\frac{2(n+1)}{5^{n+1}}$. Вычислим предел отношения $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$ и получим:

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)}{5^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)}{5^n \cdot 5} \cdot \frac{5^n}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{5n} = \frac{1}{5} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{5} < 1.$$

Следовательно, по Даламберу, данная последовательность сходится.

Пример 5. Используя радикальный признак Коши, исследуйте сходимость последовательности:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-1}{6n+1} \right)^n.$$

Решение:

Согласно признаку Коши последовательность u_n сходится, если коэффициент Коши $K = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} < 1$ и расходится, если $K = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} > 1$.

Используя радикальный признак Коши и известные преобразования, имеем:

$$K = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{4n-1}{6n+1} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{6n+1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} < 1.$$

Очевидно, по признаку Коши последовательность сходится.

8.3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ

Цель:

- сформировать навыки вычисления пределов в точке;

- развить умение раскрывать неопределённости вида $\left[\frac{0}{0} \right]; \left[\frac{1}{0} \right]; \left[\frac{C}{0} \right];$

- закрепить знания о способах разложения многочлена на линейные множители;

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление пределов функций в заданных точках.

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{3x - 9}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x};$$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа

Методические рекомендации:

Предельное значение функции в заданной точке — такая величина, к которой стремится рассматриваемая функция при стремлении её аргумента к данной точке.

Если такой предел существует, то говорят, что функция **сходится** к указанному значению; если такого предела не существует, то говорят, что функция **расходится**.

Если в некоторой точке области определения функции существует предел и этот предел равен значению в данной функции, то функция называется **непрерывной** (в данной точке).

Рассмотрим вычисление пределов функций на конкретных примерах.

Пример 1. Найти значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 5x^2 + 10)$ в заданной точке.

Решение: Для вычисления значения предела в заданной точке подставим вместо x то значение, к которому он стремится:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 5x^2 + 10) = 3 \cdot 1 - 5 \cdot 1 + 10 = 8.$$

Очевидно, предел данной функции в точке $x=1$ существует и равен 8.

Пример 2. Найти значение предела $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{6}{2x-8}$ в заданной точке.

Решение: Для вычисления значения предела в заданной точке подставим вместо x то значение, к которому он стремится:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{6}{2x-8} = \frac{6}{2 \cdot 4 - 8} = \frac{6}{0} = \infty;$$

Очевидно, предел данной функции в точке $x=4$ не существует и равен ∞ .

Пример 3. Найти значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^3 - 8}$ в заданной точке.

Решение: При непосредственной подстановке $x = 2$ получим неопределенность вида $[0/0]$. Раскрыть эту неопределенность возможно, разложив числитель и знаменатель на линейные множители и сократив однородные члены:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad (1)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (2)$$

Приравняем числитель к нулю и найдём корни $x_{1,2}$ по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = -4; 2.$$

Подставим корни $x_{1,2}$ в формулу (1): $x^2 + 2x - 8 = 1(x + 4) \cdot (x - 2)$.

Преобразуем знаменатель по формуле (2): $x^3 - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)$.

Подставим полученные множители в предел, сократим дробь на $x - 2$ и найдём значение предела при $x = 2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x^2+2x+4} = \frac{2+4}{2^2+2 \cdot 2+4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Итак, предел существует и равен $\frac{1}{2}$.

Пример 4. Найти значение предела $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$ в заданной точке.

Решение: В данном случае пределы числителя и знаменателя при $x \rightarrow 6$ равны нулю, имеем неопределенность вида $[0/0]$.

Умножаем числитель и знаменатель на сопряженный знаменателю множитель $\sqrt{x+3}+3$ и, затем сократив дробь на $x - 6$, получим:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{(\sqrt{x+3}-3)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{x+3-9} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{x-6} = \lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{x+3} + 3 = \sqrt{6+3} + 3 = 6.$$

Итак, предел существует и равен 6.

8.4. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Цель:

- сформировать навыки вычисления пределов на бесконечности;
- развить умение раскрывать неопределённости вида $[\infty/\infty]$; $[1/\infty]$; $[C/\infty]$;
- закрепить знания о способах деления многочлена на многочлен;

Задание для самостоятельного выполнения:

Вычисление пределов функций на бесконечности.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x}{8x}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x + 1}{8x^3 + 1}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 9x});$$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа

Методические рекомендации:

Предел функции на бесконечности описывает поведение значения данной функции, когда её аргумент становится бесконечно большим.

Рассмотрим часто встречающиеся методы вычисления пределов функций на бесконечности.

Пример 1. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x}{5x}$.

Решение: При $x \rightarrow \infty$ данная функция представляет собой частное двух бесконечно больших величин, имеем неопределенность вида $[\infty/\infty]$. Для раскрытия неопределенности применим первую предельную теорему и разделим каждое слагаемое числителя на $5x$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x}{5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{5x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{5x} = 2 \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{1}{5} = 2 \cdot \infty - \frac{1}{5} = \infty.$$

Итак, предел данной функции при $x \rightarrow \infty$ не существует.

Пример 2. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 1}{1 + 3x - x^3}$.

Решение: При $x \rightarrow \infty$ имеем неопределенность вида $[\infty/\infty]$. Для раскрытия неопределенности разделим числитель и знаменатель на x^3 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 1}{1 + 3x - x^3} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3/x^3 - x^2/x^3 + 1/x^3}{1/x^3 + 3x/x^3 - x^3/x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 1/x + 1/x^3}{1/x^3 + 3/x^2 - 1} = \\ &= \frac{2 - 1/\infty + 1/\infty}{1/\infty + 3/\infty - 1} = \frac{2 - 0 + 0}{0 + 0 - 1} = -2. \end{aligned}$$

Итак, предел данной функции при $x \rightarrow \infty$ существует и равен -2.

Пример 3. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x})$.

Решение: При $x \rightarrow \infty$ данная функция представляет собой разность двух бесконечно больших величин, имеем неопределённость вида $[\infty - \infty]$. Раскроем неопределённость, умножив и разделив функцию на сопряжённое выражение

$(x + \sqrt{x^2 - 6x})$, и при помощи элементарных преобразований получим:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 - 6x})(x + \sqrt{x^2 - 6x})}{(x + \sqrt{x^2 - 6x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 + 6x}{(x + \sqrt{x^2 - 6x})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{(x + \sqrt{x^2 - 6x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{(x + x\sqrt{1 - 6/x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{(1 + \sqrt{1 - 6/x})} = \frac{6}{2} = 3. \end{aligned}$$

Итак, предел данной функции при $x \rightarrow \infty$ существует и равен 3.

8.5. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ

Цель:

- сформировать навыки вычисления первого и второго замечательных пределов;

- развить умение преобразования выражения к заданному виду;

- закрепить знания о тригонометрических тождествах;

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление замечательных пределов.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{7/2x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^x$; 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$;

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа

Методические рекомендации:

При вычислении пределов выражений, содержащих тригонометрические функции, часто используют предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \quad \text{– первый замечательный предел;}$$

При вычислении пределов выражений, содержащих показательные функции с основанием e , обычно используют равенства:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e \quad \text{– второй замечательный предел;}$$

Число e – иррациональное, $e \approx 2,7182818... \approx 2,718$.

При вычислении замечательных пределов для раскрытия неопределённости вида $[0/0]$ нередко применяют принцип замены бесконечно малых функций эквивалентными: $\sin x \sim x$ при $x \rightarrow 0$, $\operatorname{tg} x \sim x$ при $x \rightarrow 0$.

Рассмотрим методы вычисления замечательных пределов.

Пример 1. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3+x}{3} \right)^{1/x}$.

Решение: Выполним преобразования и используем формулу $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3+x}{3} \right)^{1/x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3} \right)^{1/x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3} \right)^{\frac{1 \cdot 3}{x \cdot 3}} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3} \right)^{\frac{3}{x}} \right]^{\frac{1}{3}} = e^{1/3} = \sqrt[3]{e}$$

Итак, предел функции существует и равен $\sqrt[3]{e}$.

Пример 2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$.

Решение: Выполняем преобразования и используем формулу $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3/3}{x/3} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x/3} \right)^x \right]^{\frac{3}{3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x/3} \right)^{(x/3)} \right]^3 = e^3.$$

Итак, предел функции существует и равен e^3 .

Пример 3. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$.

Решение: В данном случае пределы числителя и знаменателя при $x \rightarrow 0$ равны нулю, имеем неопределенность вида $[0/0]$. Выполняем преоб-

разования и используем формулу $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

Итак, предел функции существует и равен $\frac{3}{2}$.

8.6. ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ, ЕЁ ФИЗИЧЕСКИЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Цель:

- закрепить знание понятия производной функции;
- сформировать навыки нахождения производных функций по её определению;
- развить умение вычисления производной функции при заданном

значении аргумента;

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Пользуясь определением производной функции, найдите производные функций $y=5$; $y=x$; $y=x^2$; $y=x^3$.

2. Составьте таблицу производных элементарных функций;

Требования к выполнению:

1. Изучите правило нахождения производной из методических рекомендаций данного параграфа и найдите производные предложенных функций.

2. На листе формата А4 составьте таблицу производных элементарных функций, не менее 12 формул. В первой колонке укажите функцию, во второй колонке – её производную.

| <i>Таблица производных</i> | |
|----------------------------|---------|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| 1. | |
| 2. | |
| 3... | |

Выучите составленную таблицу производных и подготовьтесь к диктанту по формулам.

Методические рекомендации:

Производной функции $y=f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции Δf к приращению аргумента Δx , когда последнее стремится к нулю:

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$$

Правило нахождения производной функции:

1. Найти приращение функции $\Delta f = f(x) - f(x_0)$;

2. Найти приращение аргумента $\Delta x = x - x_0$;

3. Найти отношение приращения функции к приращению аргумента $\frac{\Delta f}{\Delta x}$;

4. Вычислить предел отношения $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

8.7. ПРОИЗВОДНЫЕ СУММЫ, РАЗНОСТИ, ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ЧАСТНОГО

Цель:

- сформировать навыки нахождения производных функций по правилам дифференцирования суммы и разности, произведения и частного;
- развить умение вычисления значения производной при заданном значении аргумента;
- закрепить знания о способах преобразования степенных выражений;

Задания для самостоятельного выполнения

Дифференцирование заданных функций по формулам производной суммы, разности, произведения, частного.

- $y(x) = 5x^4 - \frac{2x}{\sqrt{x}} + 3\sqrt[3]{x} + 7; \quad y'(2).$
- $y(x) = (x+1)\sqrt{x-1}; \quad y'(5).$
- $y(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}; \quad y'(3).$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

Методические рекомендации:

Функция, имеющая конечную производную, называется *дифференцируемой*.

Операция нахождения производной называется *дифференцированием*.

Основные правила дифференцирования:

Производная постоянной функции равна нулю: $C' = 0$.

Производная переменной: $x' = 1$, в частности $(kx + C)' = k$

Производная суммы (разности) двух функций: $(u \pm v)' = u' \pm v'$.

Производная произведения двух функций: $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$,
в частности $(C \cdot u)' = C \cdot u'$.

Производная частного двух функций: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$,

в частности $\left(\frac{C}{v}\right)' = -\frac{C \cdot v'}{v^2}$; $\left(\frac{v}{C}\right)' = \frac{1}{C} \cdot v'$

Производная степенной функции: $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

Производная коренной функции: $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$;

Здесь u и v - дифференцируемые функции от x , а C - постоянная величина. Рассмотрим технику вычисления производных функций на примерах.

Пример 1. Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y = 5x^3 + 2x^2 - 6x + 7, \quad y'(-1);$$

Решение:

1. Применяя последовательно правила дифференцирования суммы и степени: $(u + v)' = u' + v'$; $(x^n)' = nx^{n-1}$, имеем:

$$y' = (5x^3 + 2x^2 - 6x + 7)' = (5x^3)' + (2x^2)' - (6x)' + 7' = 5(x^3)' + 2(x^2)' - 6(x)' + 7' = 5 \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x - 6 \cdot 1 + 0 = 15x^2 + 4x - 6;$$

$$y'(-1) = 15(-1)^2 + 4(-1) - 6 = 15 - 4 - 6 = 5$$

Пример 2. Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y = 2x^3\sqrt{x^2-1}, \quad y'(2);$$

Решение:

Применив правило дифференцирования произведения: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$,
имеем:

$$\begin{aligned} y' &= (2x^3\sqrt{x^2-1})' = (2x^3)'\sqrt{x^2-1} + 2x^3(\sqrt{x^2-1})' = 2 \cdot 3x^2\sqrt{x^2-1} + 2x^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}(x^2-1)' = \\ &= 6x^2\sqrt{x^2-1} + \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}}2x = 6x^2(x^2-1) + 2x^4 = 6x^4 - 6x^2 + 2x^4 = 8x^4 - 6x^2; \\ y'(2) &= 8 \cdot 2^4 - 6 \cdot 2^2 = 128 - 24 = 104. \end{aligned}$$

Пример 3. Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y = \frac{x^2-2}{x^2+2}, \quad y'(1).$$

Решение:

Применив правило дифференцирования частного: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$,
имеем:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{x^2-2}{x^2+2}\right)' = \frac{(x^2-2)'(x^2+2) - (x^2-2)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2} = \frac{2x(x^2+2) - (x^2-2)2x}{(x^2+2)^2} = \\ &= \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 4x}{(x^2+2)^2} = \frac{8x}{(x^2+2)^2}; \\ y'(1) &= \frac{8 \cdot 1}{(1^2+2)^2} = \frac{8}{3^2} = \frac{8}{9}. \end{aligned}$$

8.9. ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Цель:

- сформировать навыки нахождения производных логарифмических и показательных функций;

- развить умение вычисления значения производной при заданном значении аргумента;

- закрепить знания о способах дифференцирования сложной функции;

Задание для самостоятельного выполнения:

Вычисление производных показательных и логарифмических функций.

1. $y(x) = \ln(2x^2 + 4x); \quad y'(1).$ 2. $y(x) = 4^{4x+1}; \quad y'(0).$

3. $y(x) = \lg(10x - 2); \quad y'(3).$ 4. $y(x) = 9e^{-x} \cdot 2^{3x}; \quad y'(0).$

Требования к выполнению:

Изучите учебную литературу и методические рекомендации данного параграфа и выполните предложенные задания с указанием используемых формул.

Методические рекомендации:

Производные логарифмических и показательных функций находят по правилам:

$$\begin{aligned}(\ln u)' &= \frac{u'}{u}; & (e^u)' &= e^u u'; \\ (\lg u)' &= \frac{0,4343 \cdot u'}{u}; & (a^u)' &= a^u \ln a \cdot u'. \\ (\log_a u)' &= \frac{u'}{u \ln a};\end{aligned}$$

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

8.10. ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ И ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Цель:

- сформировать навыки нахождения производных тригонометрических функций;
- развить умение вычисления производной при сложном значении аргумента;
- закрепить знания о способах дифференцирования нескольких функций;

Задание для самостоятельного выполнения:

Вычисление производных тригонометрических функций.

1) $y = \cos 2x + \operatorname{tg} 3x$; 2) $y = 2 \sin x^2 - 6 \operatorname{ctg} x$;

3) $y = \cos x \cdot \operatorname{ctg} x$; 4) $y = \frac{\sin x}{x}$.

Требования к выполнению:

Изучите учебную литературу и методические рекомендации данного параграфа и выполните предложенные задания с указанием используемых формул.

Методические рекомендации:

Производные тригонометрических функций находят по правилам:

$$\begin{aligned}(\sin u)' &= \cos u \cdot u'; & (\sin x)' &= \cos x; \\ (\cos u)' &= -\sin u \cdot u'; & (\cos x)' &= -\sin x; \\ (\operatorname{tg} u)' &= \frac{u'}{\cos^2 u}; & (\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}; \\ (\operatorname{ctg} u)' &= -\frac{u'}{\sin^2 u}; & (\operatorname{ctg} x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x};\end{aligned}$$

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

8.11. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ НА МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМ И ПОСТРОЕНИЮ ГРАФИКА

Цель:

- сформировать навыки исследования функций на монотонность и экстремум;
- развить умение построения графика функции по результатам исследования;
- закрепить знания о первой и второй производных функции;

Задание для самостоятельного выполнения:

Исследование функции на монотонность и экстремум, построение схематичного графика.

$$1) y = 5x^2 - 10x + 4; \quad 2) y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x; \quad 3) y = -x^3 + 6x^2 + 24x - 5.$$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Методические рекомендации:

Возрастающие и убывающие функции называют *монотонными*, а промежутки, в которых функция возрастает или убывает, - *промежутками монотонности*. Возрастание и убывание функции $y = f(x)$ характеризуется знаком её первой производной:

- если в некотором промежутке первая производная $f'(x) > 0$, то функция возрастает в этом промежутке;
- если в некотором промежутке первая производная $f'(x) < 0$, то функция убывает в этом промежутке.

Точки минимума и максимума функции называются *точками экстремума* функции. Ими являются только критические точки, т.е. точки, в которых производная равна нулю или терпит разрыв. Если при переходе через критическую точку x_0 производная $f'(x)$ меняет знак, то функция $y = f(x)$ имеет в точке x_0 экстремум:

- ~ максимум (max), если производная y' меняет знак с “+” на “-“;
- ~ минимум (min), если производная y' меняет знак с “-“ на “+“;
- ~ если знак y' не меняется, то функция не имеет экстремума в данной точке.

Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремум:

1. Найти производную функции y' .
2. Приравнять y' к нулю, решить уравнение, найти критические точки.
3. Исключить критические точки из области определения $D(x)$, указать интервалы знакопостоянства y' .
4. На каждом интервале определить знак производной y' .
5. По знаку производной y' установить монотонность функции на интервалах:

при $y' \geq 0$ функция $y = f(x)$ возрастает \uparrow , при $y' \leq 0$ функция убывает \downarrow .

6. Найти экстремумы функций, исследуя знак производной y' в окрестности каждой критической точки.

7. Вычислить значения экстремумов в критических точках.

8. Результаты исследования занести в таблицу.

9. Построить схематический график данной функции.

Пример 1. Исследовать функцию $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$ на монотонность и экстремум.

Решение:

1) $y' = (\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3})' = x^2 + 4x;$

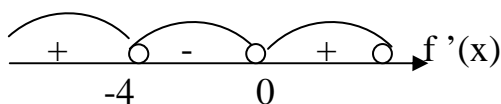
2) $x^2 + 4x = 0; x(x+4) = 0; x_1 = 0$ или $x_2 = -4$

3) $(-\infty; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)$

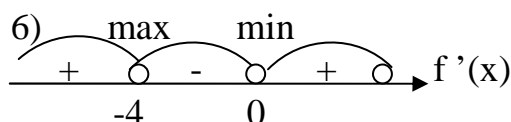
4) $y'(-5) = (-5)^2 + 4(-5) = 25 - 20 = 5 (+);$

$y'(-1) = (-1)^2 + 4(-1) = 1 - 4 = -3 (-);$

$y'(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 = 1 + 4 = 5 (+)$



5) $x \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty) (\uparrow), x \in (-4; 0) (\downarrow)$



7) $y_{\max} = y(-4) = \frac{1}{3} \cdot (-4)^3 + 2(-4)^2 - \frac{1}{3} = 10\frac{1}{3}; y_{\min} = y(0) = -\frac{1}{3}.$

8) Результаты исследования:

| | | | | | |
|------|-----------------|----------------------|--------------|---------------------|----------------|
| x | $(-\infty; -4)$ | -4 | $(-4; 0)$ | 0 | $(0; +\infty)$ |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | \uparrow | $\max 10\frac{1}{3}$ | \downarrow | $\min -\frac{1}{3}$ | \downarrow |

9) По результатам исследования строим график функции $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$ (рис.1).

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа

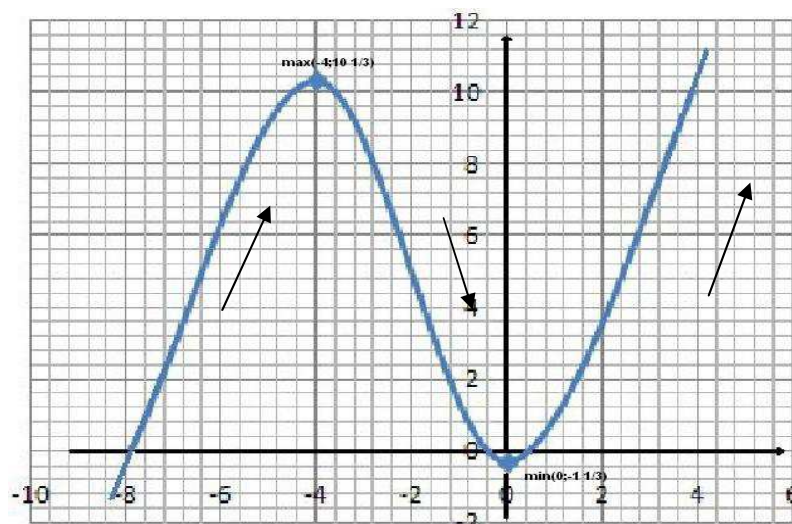


Рисунок 1

8.12. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ НА ВЫПУКЛОСТЬ И ТОЧКУ ПЕРЕГИБА И ПОСТРОЕНИЮ ГРАФИКА

Цель:

- сформировать навыки исследования функций на выпуклость и точку перегиба;
- развить умение построения графика функции по результатам исследования;
- закрепить знания о первой и второй производных функции;

Задание для самостоятельного выполнения:

Исследование функции на выпуклость и точку перегиба, построение схематичного графика.

$$1) y = x^2 + 4x - 3 \quad 2) y = x^3 + 3x^2 + 4; \quad 3) y = \frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 10$$

Требования к выполнению:

Изучите методические рекомендации данного параграфа и выполните по образцу предложенные задания.

Методические рекомендации:

Промежутки, в которых график функции обращён выпуклостью вверх или вниз, называются *промежутками выпуклости графика функции*. Выпуклость графика функции $y = f(x)$ характеризуется знаком её второй производной:

- если в некотором промежутке вторая производная $f''(x) > 0$, то график функции выпуклый вниз в этом промежутке;
- если в некотором промежутке вторая производная $f''(x) < 0$, то график функции выпуклый вверх в этом промежутке.

Точка графика функции $y = f(x)$, разделяющая промежутки выпуклости противоположных направлений, называется *точкой перегиба*. Точками перегиба могут служить только критические точки, в которых вторая про-

изводная $f''(x)$ равна нулю или терпит разрыв. Если при переходе через критическую точку x_0 вторая производная $f''(x)$ меняет знак, то график функции имеет точку перегиба $(x_0; y_0)$.

Алгоритм исследования функции на выпуклость и точку перегиба:

1. Найти вторую производную функции y'' .
2. Приравнять y'' к нулю, решить уравнение, найти критические точки.
3. Исключить критические точки из области определения $D(x)$, указать интервалы знакопостоянства y'' .
4. На каждом интервале определить знак второй производной y'' .
5. По знаку производной y'' установить направление выпуклости графика функции:

при $y'' > 0$ график выпуклый вниз \cup , при $y'' < 0$ график выпуклый вверх \cap .

6. Найти точку перегиба, если она существует.
7. Результаты исследования занести в таблицу.
8. Построить схематический график данной функции.

Пример 1. Исследовать функцию $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$ на выпуклость и точку перегиба.

Решение:

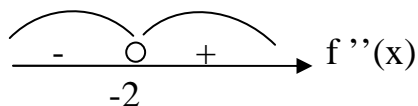
1) $y' = (\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3})' = x^2 + 4x; \quad y'' = (x^2 + 4x)' = 2x + 4;$

2) $2x + 4 = 0; x = -2$ – критическая точка

3) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

4) $y''(-5) = -5 \cdot 2 + 4 = -10 + 4 = -6 (-);$

$y''(1) = 1 \cdot 2 + 4 = 2 + 4 = 6 (+)$



5) $x \in (-\infty; -2)$ график выпуклый *вверх* \cap ; $x \in (-4; 0)$ график выпуклый *вниз* \cup .

6) Точка перегиба существует при $x = -2$. Найдём ординату этой точки: $y(-2) = 5$.

Итак, $(-2; 5)$ – точка перегиба.

7) Результаты исследования:

| | | | |
|-------|-----------------|------|-----------------|
| x | $(-\infty; -2)$ | -2 | $(-2; +\infty)$ |
| y'' | $-$ | 0 | $+$ |
| y | \cap | 5 | \cup . |

8) График функции $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$ изображён на рис.2.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

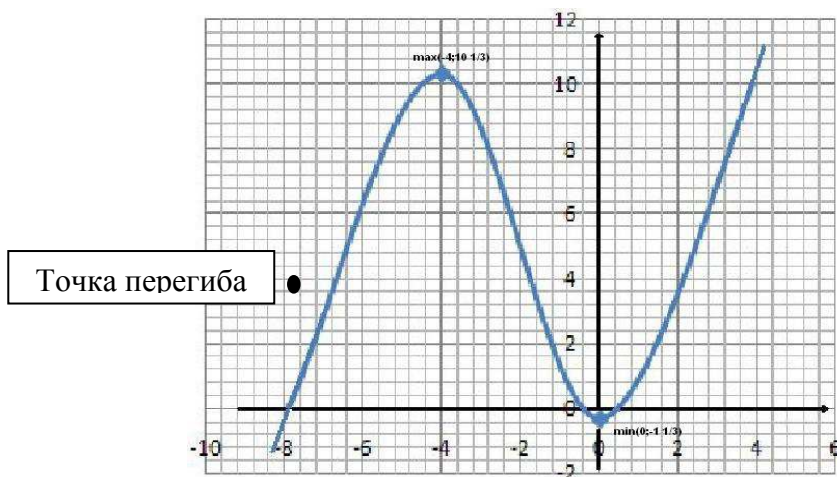


Рисунок 2

РАЗДЕЛ 9 ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

9.1. ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Цель:

- закрепить знания о неопределённом интеграле и его свойствах;
- сформировать навыки нахождения первообразной функции;
- развить умения вычисления интегралов по табличным формулам.

Задания для самостоятельного выполнения:

Составить таблицу неопределённых интегралов.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите предлагаемый учебный материал. На листе формата А4 составьте таблицу интегралов элементарных функций, не менее 15 формул. В первой колонке укажите интеграл от функции, во второй колонке – его значение.

| <i>Таблица интегралов</i> | |
|---------------------------|----------|
| $\int f(x)dx$ | $F(x)+C$ |
| 1. | |
| 2. | |
| 3... | |

Выучите составленную таблицу интегралов и подготовьтесь к диктанту по формулам.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

9.2 МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННОЙ В НЕОПРЕДЕЛЕННОМ ИНТЕГРАЛЕ

Цель:

- закрепить знания о методах вычисления неопределённых интегралов;
- сформировать навыки интегрирования подстановкой;
- развить умения преобразования подынтегральной функции.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменной:

$$a) \int (3 - 11x)^6 dx; \quad b) \int \frac{dx}{3-5x}; \quad c) \int x e^{x^2} dx; \quad d) \int \sin(3 - 4x) dx.$$

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите предлагаемый учебный материал. Пошагово изучите алгоритм интегрирования методом замены переменной. Определитесь с производимой подстановкой и выполните задания. Используйте при необходимости табличные интегралы.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

9.4. НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ В ОПРЕДЕЛЁННОМ ИНТЕГРАЛЕ

Цель:

- закрепить знания об определённом интеграле;
- сформировать навыки вычисления интегралов по формуле Ньютона - Лейбница;
- развить умения применения свойств определённых интегралов.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление определённых интегралов.

$$a) \int_{-\frac{2}{3}}^1 x^3 dx; \quad b) \int_1^2 \frac{4x^5 - 3x^4 + x^3 - 1}{x^2} dx; \quad c) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}; \quad d) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx.$$

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите предлагаемый учебный материал. Выпишите формулу Ньютона - Лейбница и выполните задания. Используйте при необходимости табличные интегралы и свойства интегралов.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

9.5. МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННОЙ В ОПРЕДЕЛЁННОМ ИНТЕГРАЛЕ

Цель:

- закрепить знания о методах вычисления определённых интегралов;
- сформировать навыки интегрирования подстановкой;
- развить умения преобразования подынтегральной функции.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычислите интегралы методом замены переменной.

$$a) \int_1^2 (1-x)^3 dx; \quad b) \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}; \quad c) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \frac{x}{2} dx; \quad d) \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos 2x dx.$$

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите предлагаемый учебный материал. Пошагово изучите алгоритм интегрирования методом замены переменной в определённом интеграле. Определитесь с производимой подстановкой и выполните задания. Используйте при необходимости табличные интегралы.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

9.6. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

Цель:

- закрепить знания о свойствах определённого интеграла;
- сформировать навыки вычисления площади плоской фигуры с помощью определённого интеграла;
- развить умения построения графиков функций.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление площади фигуры, ограниченной указанными линиями.

а) $y = x^2, y = 0, x = -3$; б) $y = 4 - x^2, y = 0$; в) $y = 1 - x, y = 3 - 2x, x = 0$;

г) $y = -x^2 + 2x + 3, y = 3 - x$; д) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$.

Требования к выполнению:

Внимательно прочтите предлагаемый учебный материал. Выпишите формулы вычисления площадей плоских фигур относительно координатных осей. Выполните построение указанных линий и выделите цветом фигуру, площадь которой нужно найти. Определитесь с формулой вычисления площади и найдите её значение в квадратных единицах.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 10 МНОГОГРАННИКИ И КРУГЛЫЕ ТЕЛА

10.2. ПРИЗМА, ВИДЫ ПРИЗМ.

ОБЪЕМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ

Цель:

- закрепить знания о призме и её видах;
- сформировать навыки построения развёртки призмы;
- развить умения вычисления площади поверхности призмы.

Задания для самостоятельного выполнения:

Развёртка поверхности треугольной призмы и площадь её поверхности.

Требования к выполнению:

Постройте развёртку правильной треугольной призмы с высотой 5 и длиной ребра основания 2. Найдите площадь её поверхности по формуле $S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.3. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД И КУБ, ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА. ОБЪЕМЫ И ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА И КУБА

Цель:

- закрепить знания о параллелепипеде и его видах;
- сформировать навыки построения развёртки параллелепипеда;
- развить умения вычисления площади поверхности параллелепипеда.

Задания для самостоятельного выполнения:

Развёртка параллелепипеда и площадь его поверхности.

Требования к выполнению:

Постройте развёртку прямоугольного параллелепипеда с высотой b и с ребрами основания 2 и 3 . Найдите площадь его поверхности по формуле $S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.4. ПИРАМИДА И ЕЁ СВОЙСТВА. ОБЪЕМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ

Цель:

- закрепить знания о пирамиде и её видах;
- сформировать навыки построения пирамиды любого основания;
- развить умения вычисления объёма и площади поверхности пирамиды.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление объёма и площади поверхности пирамиды.

1. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник ABC , у которого $AB = AC = 13$ см, $BC = 10$ см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём пирамиды.

2. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, если её высота равна 7 см, а длина стороны основания 8 см.

3. Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м и 4 м и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите условие каждой задачи, сделайте к ним чертёж. Выпишите формулы вычисления объёма и площади поверхности пирамиды, определите необходимые дополнительные характеристики и вычислите искомые величины.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.5. УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА И ЕЁ СВОЙСТВА. ОБЪЕМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

Цель:

- закрепить знания о усечённой пирамиде и её видах;
- сформировать навыки построения усеченной пирамиды любого основания;
- развить умения вычисления объёма и площади поверхности усечённой пирамиды.

Задания для самостоятельного выполнения:

Вычисление объёма и площадей поверхностей усечённой пирамиды.

1. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде стороны основания равны 24 и 8, а высота равна 15. Найдите площадь полной поверхности.

2. По боковому ребру l и сторонами основания a и b найдите объём правильной усечённой пирамиды: а) треугольной; б) четырёхугольной; в) шестиугольной.

3. Стороны оснований правильной усечённой пирамиды 4 и 8, а диагональ равна 11. Вычислите объём усечённой пирамиды.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите условие каждой задачи, сделайте к ним чертёж. Выпишите формулы вычисления объёма и площади поверхности усечённой пирамиды, определите необходимые дополнительные характеристики и вычислите искомые величины.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.6. ТЕЛО ВРАЩЕНИЯ И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ

Цель:

- закрепить знание понятий тела вращения и его элементов;
- сформировать навыки выделения ключевых понятий и определений темы;
- развить умения составления кроссворда по заданной теме.

Задания для самостоятельного выполнения:

Составить кроссворд по теме Тело вращения и его элементы

Требования к выполнению:

Внимательно изучите опорный конспект темы Тело вращения и его элементы, выпишите основные понятия, запишите их определения, составьте из них кроссворд объёмом не менее 14 слов. Ознакомьтесь с методическими рекомендациями по составлению кроссворда в приложениях данного пособия.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.7. ЦИЛИНДР И ЕГО СВОЙСТВА. ОБЪЕМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Цель:

- закрепить знания о цилиндре как теле вращения;
- сформировать навыки построения сечений цилиндра;
- развить умения вычисления площади сечения.

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение сечений цилиндра и вычисление его площади.

1. Радиус основания цилиндра 3, а его высота 8. Найдите длину диагонали осевого сечения и острый угол её наклона к плоскости основания.
2. Радиус основания цилиндра 13, его высота 20. Найдите площадь сечения, проведённого параллельно оси цилиндра на расстоянии 5 от неё.
3. В цилиндре проведена параллельно оси плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в 60 градусов. Высота цилиндра равна 15, расстояние секущей плоскости от оси цилиндра равно 3. Вычислите площадь сечения.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите условие каждой задачи, сделайте к ним чертёж. Выпишите формулы вычисления площадей сечений цилиндра, определите необходимые дополнительные характеристики и вычислите искомые величины.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.8. КОНУС И УСЕЧЁННЫЙ КОНУС, ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ОБЪЁМ И ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСОВ

Цель:

- закрепить знания о конусе и усечённом конусе как теле вращения;
- сформировать навыки построения сечений конуса и усечённого конуса;
- развить умения вычисления площади сечений.

Задания для самостоятельного выполнения:

Построение сечений конуса и усечённого конуса и вычисление их площади.

1. Радиус основания конуса равен 5, его высота 12. Найдите площадь осевого сечения, длину образующей и угол её наклона к плоскости основания.
2. Радиус основания конуса равен 6, а его высота 12. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси конуса на расстоянии 2 от неё.

3. Радиусы оснований усечённого конуса равны R и r , образующая равна l . Найдите площадь осевого сечения.

4. Площади оснований усечённого конуса равны S_1 и S_2 . Найдите площадь среднего сечения, параллельного основаниям.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите условие каждой задачи, сделайте к ним чертёж. Выпишите формулы вычисления площадей сечений конуса и усеченного конуса, определите необходимые дополнительные характеристики и вычислите искомые величины.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

10.9. ШАР И СФЕРА. ОБЪЕМ ШАРА И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ

Цель:

- закрепить знания о телах вращения;
- сформировать навыки подготовки сообщений по заданной теме;
- развить умения работы с интернет - ресурсами.

Задания для самостоятельного выполнения:

Тела вращения вокруг нас - Сообщение, реферат, презентация.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал, проанализируйте дополнительно интернет – ресурсы. Выберете одно из тел вращения и подготовьте на выбор сообщение, реферат, презентацию. В приложениях данного пособия ознакомьтесь с методическими рекомендациями по их оформлению.

Учебная литература: [3] Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия.

РАЗДЕЛ 11. КОМБИНАТОРИКА

11.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КОМБИНАТОРИКИ: МНОЖЕСТВА

Цель:

- сформировать навыки определения подмножества множества;
- развить умения устанавливать отношения множеств;
- закрепить знания о свойствах отношений;

Задания для самостоятельного выполнения

Установить отношения множеств:

- 1) Найти все подмножества данного множества $A = \{3; 4; 5; 7\}$;
- 2) Определить все равные множеству $A = \{3; 4; 6; 8\}$ множества;
- 3) Укажите характеристическое свойство элементов множества $A = \{21; 23; 25; 27; 29\}$.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал и выполните задания. При решении 1 задания помните, что каждое множество имеет 2^n подмножеств. При выполнении 2 задания учтите, что каждое множество имеет $n!$ равных множеств. При решении 3 задания учитывайте, что характеристическое свойство – свойство, которым обладает каждый элемент данного множества и не обладает ни один элемент, ему не принадлежащий.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

11.2. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Цель:

- закрепить знания об отношениях множеств;
- сформировать навыки выполнения операций над множествами;
- развить умения построения диаграммы Эйлера - Венна.

Задания для самостоятельного выполнения:

Выполнение операций над множествами, построение диаграмм.

1) Изобразите на диаграммах Эйлера – Венна отношения данных множеств: $A \subset C, B \subset C, A \setminus B = \emptyset$.

2) Выполните операции $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

$A = \{ 0; 1; 7; 8 \}, B = \{ -7; 0; 6; 9 \}$.

3) Найдите декартово произведение множеств $A \times B$:

$A = \{ 1; 5; 7; 9 \}, B = \{ 4; 5; 7 \}$.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите предложенную учебную литературу, лекционный материал и выполните задания. Решения сопроводите диаграммами Эйлера – Венна.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

11.3. КОМБИНАТОРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Цель:

- закрепить знания об элементах комбинаторики и их свойствах;
- сформировать навыки решения комбинаторных задач;
- развить умения вычисления комбинаторных соединений.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Напишите конспект по теме Свойства комбинаторных соединений.

2. Решите задачи.

а) Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых чисел?

б) Из 10 кандидатов нужно выбрать 3 человека на конференцию. Сколькими различными способами это можно сделать?

с) Решить уравнение: $30A_{x-2}^4 = A_x^5$.

Требования к выполнению:

Внимательно изучите предложенную учебную литературу, напишите конспект по заданной теме. При решении задач внимательно прочтите условия, определите вид комбинаторного соединения, запишите формулу и выполните задания.

Учебная литература: [1] Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.

РАЗДЕЛ 12 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

12.1 СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ И ЕГО ВЕРОЯТНОСТЬ

Цель:

- закрепить знания о вероятности события;
- сформировать навыки вычисления вероятности события;
- развить умения решения тестовых заданий.

Задания для самостоятельного выполнения:

Решение тестовых заданий на вычисление вероятности события:

1: На столе лежат цветные ручки: синяя, красная, чёрная и зелёная. Случайным образом берут со стола ручку. С какой вероятностью эта ручка окажется чёрной?

-: 0,5

-: 0,25

-: 1

-: 0,75

-: 1,25

2: В корзине лежат яблоки разных сортов: 20 красных, 35 жёлтых и 25 зелёных. С какой вероятностью случайно вынутое из корзины яблоко окажется красным?

-: 0,25

-: 0,5

-: 0,75

-: 1

-: 1,25

3: Алиса бросает игральный кубик. С какой вероятностью на верхней грани выпадет чётное число?

-: 1

-: 0,25

-: 0,5

-: 0.75

-: $1/3$

4: В конкурсе красоты принимают участие 25 девушек: 6 школьниц, 9 студенток, остальные — аспирантки. Порядок, в котором выступают красавицы, определяется жребием. Найдите вероятность того, что девушка, выступающая первой, окажется аспиранткой.

-: 1

-: 0,5

-: 0.25

-: 0,4

-: 0.75

5: Для экзамена по математике подготовлены 30 билетов, в 12 из них встречается вопрос по геометрии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном билете не окажется вопроса по геометрии.

-: 0,4

-: 0.5

-: 0,75

-: 1

-: 0.6

6: Маша хочет позвонить Кате, но не помнит последнюю цифру номера телефона Кати. С какой вероятностью Маша с первой попытки дозвонится Кате, если она знает, что последняя цифра нечётная?

-: 0.1

-: 0.2

-: 0.5

-: 0.75

-: 1.25

7: Почти одновременно 5 человек, в том числе Алиса, заказали по телефону пиццы, все разных видов. Оператор перепутал 3 и 4 заказы. С какой вероятностью Алисе привезут её пиццу?

-: 0.4

-: 0.5

-: 0.6

-: 0.7

-: 0.8

8: Подкинули три монеты. С какой вероятностью они выпадут одной стороной?

-: 0.45

-: 0.4

-: 0.35

-: 0.3

-: 0.25

9: Pin-код к банковской карте содержит 4 цифры. Какова вероятность того, что pin-код состоит из четырех одинаковых цифр?

-: 0.0001

-: 0.001

-: 0.01

-: 0.1

-: 1

10: Фабрика выпускает сумки. В среднем на 160 качественных сумок приходится тринадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

-: 0.081

-: 0.08

-: 0.9

-: 0.91

-: 0.92

11: Двое военнослужащих на учениях независимо друг от друга проходят полосу препятствий. Для первого вероятность пройти её равна 0,8, а для второго 0,5. Найдите вероятность того, что они оба не пройдут это испытание.

-: 0.1

-: 0.2

-: 0.3

-: 0.4

-: 0.5

12: В урне 4 чёрных и 6 белых шаров. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что этот шар окажется чёрным, равна:

-: 0.4

-: 0.5

-: 0.6

-: 0.7

-: 0.8

13: В лотерее из 1000 билетов – 200 выигрышные. Наугад вынимают 1 билет. Какова вероятность того, что билет будет выигрышным?

-: 0.1

-: 0.2

-: 0.3

-: 0.4

-: 0.5

14: Из тысячи грецких орехов 80 оказались пустыми. Найдите относительную частоту события.

-: 0.8

-: 1.8

-: 0.08

-: 1

-: 1.18

Требования к выполнению:

Внимательно изучите опорный конспект по теме «Элементы теории вероятностей», выпишите формулы нахождения вероятности события; относительной частоты события, теоремы сложения и умножения вероятностей. Воспользуйтесь ими при решении тестовых заданий. Задания теста перепишите в тетрадь и поставьте знак « + » возле правильного ответа.

Учебная литература: [6] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.

12.2. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Цель:

- закрепить знания теорем сложения и умножения вероятностей;
- сформировать навыки решения вероятностных задач;
- развить умения написания конспекта на заданную тему.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Напишите конспект по теме Условная вероятность события.

2. Найдите решение задач.

а) Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: а) согласной; в) гласной; с) буква «о».

б) Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

с) Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.

д) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор срабатывает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

Требования к выполнению:

1. Внимательно изучите предложенную учебную литературу, составьте план ответа на вопрос, напишите краткий конспект по заданной теме.

2. При решении задач внимательно прочтите условия, определите событие, вероятность которого нужно найти, запишите формулу и выполните задания.

Учебная литература: [6] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.

12.3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Цель:

- закрепить знания о представлении статистических данных;

• сформировать навыки вычисления числовых характеристик случайной величины;

• развить умения решения тестовых заданий.

Задания для самостоятельного выполнения

Решение тестовых заданий на вычисление числовых характеристик статистических данных.

1) Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 2 | 5 | 8 |
| p_i | 0.2 | 0.3 | 0.5 |

равно:

- : 1
- : 15
- : 4.8
- : 5
- : 5.9

2) По данному распределению выборки

| | | | |
|-------|---|---|---|
| x_i | 2 | 3 | 5 |
| n_i | 1 | 4 | 5 |

значение выборочной средней \bar{X} равно:

- : 3
- : 3.5
- : 3.9
- : 4.3
- : 5.8

3) Математическое ожидание квадрата случайной величины, заданной законом распределения

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | -2 | 0 | 1 |
| p_i | 0.5 | 0.2 | 0.3 |

равно $M(x^2) = 2,3$, тогда дисперсия $D = M(x^2) - (M(x))^2$ равна:

- : 1.81
- : 0.7
- : 2
- : 1.7
- : 2.7

4) Закон распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

| | | | |
|-------|-----|-------|-----|
| x_i | 3 | 6 | 9 |
| p_i | 0.2 | P_2 | 0.5 |

Найдите вероятность P_2 :

- : 0.7
- : 0.6
- : 0.5
- : 0.4

-: 0.3

5) Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 3 | 6 | 9 |
| p_i | 0.2 | 0.3 | 0.5 |

равно:

-: 5.1

-: 2.18

-: 3.25

-: 6.9

-: 17

6) Математическое ожидание квадрата случайной величины, заданной законом распределения,

| | | | |
|-------|-----|---|-----|
| x_i | -2 | 0 | 7 |
| p_i | 0.2 | 6 | 0.2 |

равно $M(x^2) = 10,2$. Найдите дисперсию $D = M(x^2) - (M(x))^2$:

-: 1

-: 10.1

-: 9.2

-: 12.3

-: 11.4

7) Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 2 | 6 | 7 |
| p_i | 0.4 | 0.4 | 0.2 |

равно:

-: 0.8

-: 4.6

-: 2.4

-: 15

-: 3.8

Требования к выполнению:

Внимательно изучите опорный конспект по теме «Дискретные величины», выпишите формулы нахождения математического ожидания; дисперсии, выборочной средней, среднего квадратичного отклонения. Воспользуйтесь ими при решении тестовых заданий. Задания теста перепишите в тетрадь и поставьте знак «+» возле правильного ответа.

Учебная литература: [6] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.

5. ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ УЧЕБНЫХ ИЗДАНИЙ, ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

Основные источники:

1) Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа (учебник для студ. учреждений сред. проф. Образования). — М., 2014. [Электронный ресурс; Режим доступа <http://znanium.com>]

2) Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014. [Электронный ресурс; Режим доступа <http://znanium.com>]

3) Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и углубленный уровни) 10—11 классы. — М., 2014.

Дополнительные источники:

4) Баврин И.И., Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для СПО - М.:Юрайт, 2016.

5) Дадаян А.А. Математика. - М.: Инфра-М, 2011.

6) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика – М.: Юрайт, 2013.

7) Выгодский М.Я. Справочник по математике – М: АСТ, Астрель, 2011.

8) Периодическое издание - «1 сентября», Математика.

Информационная база данных:

1) <http://znanium.com> -ЭБС издательства «ZNANIUM.COM»

2) <http://e/lanbook.com> -ЭБС издательства «Лань»

3) <http://www.biblio-online.ru> - ЭБС издательства «Юрайт»

4) <http://www.fcior.edu.ru> - (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

5) <http://www.school-collection.edu.ru> - (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---------------------------------------------------------|-----------|
| ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА..... | 3 |
| 1. ОБЪЕМ ЧАСОВ И ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.... | 5 |
| 2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН..... | 6 |
| 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ..... | 10 |
| 4. ЗАДАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ..... | 11 |
| 5. РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ..... | 62 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ..... | 63 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО НАПИСАНИЮ КОНСПЕКТА

Конспект – это письменная фиксация основных положений текста. При конспектировании происходит компрессия первичного текста. Запись позволяет восстановить, развернуть исходную информацию, при этом отбирается только нужный и важный материал. Конспект помогает восстановить в памяти изученное, обобщить накопленный материал, включает глубокое осознание идей произведения. При написании конспекта необходимо:

1. Выделить смысловые части и в каждой смысловой части сформулировать микротему с опорой на ключевые слова;

2. Выделить в каждой части главную и дополнительную информацию, главную – зафиксировать в конспекте, избыточную – убрать;

3. Записать важную информацию своими словами или с использованием цитат.

По объему перерабатываемых источников выделяются:

- краткие,
- подробные,
- смешанные конспекты.

Для краткого конспекта отбирают лишь положения общего характера, в подробный включаются их доказательство, пояснение, иллюстративный материал; смешанный конспект предполагает совмещение того и другого способа представления информации, допускает изложения некоторых элементов первоисточника в виде пунктов плана, тезисов и т.д.

По форме передаваемой информации выделяются конспекты:

- текстуальные;
- сводные.

По количеству перерабатываемых источников различают конспекты:

- монографические – составленные по одному источнику,
- свободные или тематические – составленные по нескольким источникам на одну тему.

Оформление конспекта:

Приступая к его составлению, следует указать исходные данные источника: фамилию автора, название работ, год и место издания и т.п. Полезно так же отмечать страницы изучаемого произведения. При оформлении конспекта допускается общепринятые сокращения слов. Недопустимы сокращения в наименованиях и фамилиях. В конспекте могут быть схемы, диаграммы, таблицы, которые придают ему наглядность, способствуют лучшему усвоению материала. Допускается выделение основных понятий, определений и выводов, полученных в результате изучения, что при перечитывании записей способствует лучшему усвоению материала.

**ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
К ОФОРМЛЕНИЮ СХЕМЫ-КОНСПЕКТА**

Схема-конспект - это схематическая запись прочитанного. Наиболее распространенными являются схемы «генеалогическое древо» и «паучок». В схеме «генеалогическое древо» выделяются основные составляющие наиболее сложного понятия, ключевые слова и т.п. и располагаются в последовательности «сверху вниз» — от общего понятия к его частным составляющим.

В схеме «паучок» название темы или вопроса записывается и заключается в «овал», который составляет «тело паучка». Затем продумывается, какие понятия являются основными, их записывают на схеме так, что они образуют «ножки паучка». Для того чтобы усилить устойчивость «ножки», к ним присоединяют ключевые слова или фразы, которые служат опорой для памяти.

Опорный конспект может быть представлен и системой взаимосвязанных геометрических фигур, содержащих блоки концентрированной информации в виде ступенек логической лестницы; рисунка с дополнительными элементами и др.

Составление схем-конспектов способствует не только запоминанию материала, такая работа развивает алгоритмическую культуру, способность выделять самое главное, существенное в учебном материале, классифицировать информацию.

Для создания Схемы-конспекта:

1. Подберите факты для составления схемы и выделите среди них основные, общие понятия.
2. Определите ключевые слова, фразы, помогающие раскрыть суть основного понятия.
3. Сгруппируйте факты в логической последовательности, дайте название выделенным группам.
4. Заполните схему данными. При создании опорного конспекта можно использовать как рекомендуемую литературу, так и ресурсы Интернет.

**ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
К ОФОРМЛЕНИЮ ДОКЛАДА (РЕФЕРАТА)**

Требования к структуре документа:

1. Титульный лист;
2. Текст доклада (реферата);
3. Перечень используемых источников

Рекомендации по оформлению текста:

Размер бумаги – А4 (210x297мм). Параметры страницы Поля: верхнее – 2см; нижнее - 2см; левое – 3см; правое – 1,5см.

Тип шрифта: Times New Roman. Шрифт основного текста: обычный, размер 14 пт; Шрифт заголовков разделов: полужирный, размер 16 пт; Шрифт заголовков подразделов: полужирный, размер 14 пт;

Заголовки без нумерации форматируются по центру, нумерованные заголовки форматируются по ширине страницы.

Межстрочный интервал: одинарный; межсимвольный интервал: обычный. Нумерация страниц: внизу страницы; от центра.

Реферат представляет собой краткое изложение содержания научных трудов, литературы по определенной научной теме. Объем реферата может достигать 10-15 стр. Подготовка к написанию реферата подразумевает самостоятельное изучение студентом нескольких литературных источников (монографий, научных статей и т.д.) по определённой теме, не рассматриваемой подробно на лекции, систематизацию материала и краткое его изложение.

Цель написания реферата – привитие студенту навыков краткого и лаконичного представления собранных материалов и фактов в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научным отчетам, обзорам и статьям.

Методические указания к написанию реферата.

1. План реферата должен быть составлен самостоятельно студентом.
2. Реферат должен иметь титульный лист и все необходимые разделы: содержание, введение, заключение, список использованных источников.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Югорский государственный университет» (ЮГУ)
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Югорский государственный университет»
ННТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»

РЕФЕРАТ

Тема: _____
Ф. И. О. _____ Студента
_____ Специальность
_____ Курс, группа
Руководитель _____ Ф. И. О.
_____ Звание/должность

Нижневартовск 200_

ПРИЛОЖЕНИЕ 4 ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КРОССВОРДА

В кроссворде должно быть не менее 14 вопросов (7 – по горизонтали, 7 – по вертикали) На одном листе бумаги изображается сетка кроссворда (кроссворд- прямоугольник, квадрат; кроссворд-ромб; кроссворд-треугольник; круглый (циклический) кроссворд; сотовый кроссворд; фигурный кроссворд; диагональный кроссворд). На отдельный лист выносятся ключ к кроссворду (правильные ответы). Дизайн кроссворда должен быть оригинальный, красочный и качественный. Формулировка заданий - краткая, понятная и в достаточной степени интересная. Нет ошибок: ни грамматических, ни синтаксических. Достоверный материал.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ПРЕЗЕНТАЦИИ

Презентация должна содержать не более 15 слайдов. В оформлении презентаций выделяют два блока: оформление слайдов и представление информации на них. Для создания качественной презентации необходимо соблюдать ряд требований, предъявляемых к оформлению данных блоков.

Рекомендации по составлению презентации:

1. Презентацию составляйте в программе Power Point.
2. Выберите вид слайда, его цветовую гамму, шрифт текста. Нужно помнить, что при использовании презентации на экране информация должна быть четкой для облегчения восприятия.
3. Зафиксируйте материал, который будет использоваться в презентации. Он должен быть полным, но кратким.
4. Чтобы демонстрируемый материал вызывал интерес у окружающих, можно использовать различные эффекты (анимацию, настройку действия и звуковой эффект), но при этом они не должны отвлекать от основной цели презентации.
5. При создании презентации ответьте себе на вопрос: «Каким образом использование презентации поможет мне достичь поставленной цели?»

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Тест (тестовое задание) – это специализированный метод контроля изучаемой дисциплины. Цель данного вида работ – выработка у студентов навыков самостоятельной работы; формирование навыков работы со специальной литературой и умения применять знания на практике.

Подготовка к созданию теста:

1. Подготовьте лекции, задания и задачи, выполненные на семинарских занятиях, домашние задания, учебные пособия по экономике.
2. Посмотрите всю собранную информацию, повторите пройденный материал.
3. Посмотрите заголовки основных разделов учебника, почитайте рекомендованную основную и/или дополнительную литературу, если какой-то материал, по вашему мнению, был слабо усвоен.
4. Проанализируйте всю собранную информацию и распределите ее по тематическим блокам.
5. Постарайтесь по памяти воспроизвести содержание ваших записей, конспектов, разделов учебника.

По итогам проверки тестовых работ организуют семинар, групповые или индивидуальные консультации (собеседование) с разбором наиболее трудных заданий и типичных ошибок.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Эссе – небольшая по объему самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем соответствующей дисциплины. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных умозаключений. Эссе должно содержать чёткое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В некоторых случаях это может быть анализ собранных студентом конкретных данных по изучаемой проблеме, подробный разбор предложенной преподавателем проблемы с развёрнутыми пояснениями и анализом примеров, иллюстрирующих изучаемую проблему и т.д. Требования к эссе могут трансформироваться в зависимости от конкретной дисциплины, однако качество работы должно оцениваться по следующим критериям:

- самостоятельность выполнения,
- способность аргументировать положения и выводы,
- обоснованность, четкость, лаконичность,
- оригинальность постановки проблемы,
- уровень освоения темы и изложения материала (обоснованность выбора материала, использование первичных источников, способность самостоятельно осмысливать факты, структура и логика изложения).

Порядок работы:

1. Внимательно прочитайте высказывание.
2. Определите, с какими разделами дисциплины связана рассматриваемая тема, что необходимо вспомнить, чтобы раскрыть ее (теоретические понятия, научные теории, термины, факты).
3. Осмыслите содержание, смысл, актуальность высказывания.
4. Определите свою позицию в отношении высказывания: согласны вы с автором или нет.
5. Подберите убедительные аргументы (факты, примеры) для подтверждения своей позиции, с опорой на факты и статистические данные общественной жизни или личный опыт.
6. Составьте тезисный план, сформулируйте все возникшие у вас мысли и идеи.
7. Начните эссе с ясного и четкого определения личной позиции: «Я согласен (-на) с данным мнением»; «Я не могу присоединиться к этому утверждению»; «В данном высказывании есть то, с чем я согласен (-на), и то, что кажется мне спорным».
8. В следующем предложении сформулируйте ваше понимание высказывания, ставшего темой эссе. Не стоит дословно повторять высказывание. Важно так раскрыть его смысл, чтобы стал очевиден контекст, который определит содержание и сущность основной мысли.

продолжение прил. 7

9. В основной части эссе развернуто изложите ваше собственное мнение в отношении поставленной проблемы. Каждое утверждение необходимо аргументировать, используя факты и примеры из общественной жизни и личного социального и экономического опыта.

10. В заключительном предложении (абзаце) подведите итоги эссе. Допустимо перечислить вопросы, который связаны с текстом, но остались нераскрытыми, или указать на аспекты и связи, в которых рассмотренная проблема приобретает новый смысл.

11. Прочитайте содержание чернового варианта. Проверьте стиль и грамотность; проверьте тест на соответствие основным признакам: тематическое, композиционное, стилистическое единство; логичность; законченность.

12. Внесите необходимые изменения, напишите окончательный вариант.

Общие требования:

Эссе должно:

- соответствовать экономической науке, к которой отнесена анализируемая проблема; - содержать относительно узкий круг рассматриваемых вопросов, которые раскрываются с опорой на знания, полученные при изучении дисциплины;

- включать ясно выраженное и аргументированное понимание проблемы и личное отношение к ней.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Югорский государственный университет» (ЮГУ)

НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ

(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Югорский государственный университет»

ННТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»

ЭССЕ

Тема: _____

Ф. И. О. _____ Студента

_____ Специальность

_____ Курс, группа

Руководитель _____ Ф. И. О.

_____ Звание/должность

Нижневартовск 200_

**ПД.01 МАТЕМАТИКА:
АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА,
ГЕОМЕТРИЯ**

**Методические рекомендации по выполнению заданий
внеаудиторной самостоятельной работы
для обучающихся 1 курса образовательных организаций
среднего профессионального образования
очной формы обучения
специальности
15.02.07 Автоматизация технологических процессов
и производств по отраслям,
21.02.01 Разработка нефтяных и газовых месторождений,
21.02.10 Геология и разведка нефтяных и газовых месторождений
базовой подготовки**

Методические рекомендации по выполнению
внеаудиторной самостоятельной работы для обучающихся
разработал преподаватель: Карсакова Е.Н.

Подписано к печати **28.03.2017 г.**
Формат 60x84/16
Тираж

Объем **4,4** п.л.
Заказ
30 экз.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Югорский государственный университет»
628615 Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ,
г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.