МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет»

ПД.01 МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА, НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

15.00.00 МАШИНОСТРОЕНИЕ
специальность 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)

Методические указания по выполнению практических занятий для обучающихся 1 курса

Нижневартовск 2017

ББК 22.1
М34

РАССМОТРЕНО
На заседании ПЦК «МиЕНД»
Протокол № 5 от 19.05.2017 г.
Председатель
_________ Р. Х. Шакирова

УТВЕРЖДАЮ
Председатель методического совета
ННТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»
_________ Р. И. Хайбулина
«25» мая 2017 г.

Методические указания по выполнению практических занятий для обучающихся 1 курса по ПД.01 Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (15.00.00 МАШИНОСТРОЕНИЕ), разработаны в соответствии с:

1. Письмом МИНОБРНАУКИ РФ от 17 марта 2015г № 06-259 «Рекомендации по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требования федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования» по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) и примерной программой учебной дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» профессиональных образовательных организаций, реализующих основную профессиональную образовательную программу СПО на базе основного общего образования с одновременным получением среднего общего образования, одобренной ФГАУ «Федеральный институт развития образования» от 21.07.2015 г. 2. Рабочей программой учебной дисциплины ПД. 01 Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия, утв. 13.09.2016 г.

Разработчик:
Бахматова Юлия Николаевна, преподаватель Нижневартовского нефтяного техникума (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

Рецензенты:
1. Шакирова Р.Х., преподаватель высшей квалификационной категории Нижневартовского нефтяного техникума (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ».
2. Фазылова Е.Х., преподаватель БУ ПО «Нижневартовский строительный колледж».

Замечания, предложения и пожелания направлять в Нижневартовский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет» по адресу: 628615, Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ, г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.

ВВЕДЕНИЕ

Математика играет важную роль в естественнонаучных, инженерно-технических и гуманитарных исследованиях. Причина проникновения математики в различные отрасли знаний заключается в том, что она предлагает весьма четкие модели для изучения окружающей действительности в отличие от менее общих и более расплывчатых моделей, предлагаемых другими науками. Без современной математики с ее развитым логическими и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры.

Методические указания по выполнению практических занятий для обучающихся специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям), по ПД. 01 Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия, разработаны в соответствии с Письмом МИНОБРНАУКИ РФ от 17 марта 2015г № 06-259 «Рекомендации по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требования федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования» по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) и примерной программой учебной дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» профессиональных образовательных организаций, реализующих основную профессиональную образовательную программу СПО на базе основного общего образования с одновременным получением среднего общего образования, одобренной ФГАУ «Федеральный институт развития образования» от 21.07.2015 г.

Предлагаемые методические указания содержат разработки 52 практических занятий по всем темам курса дисциплины. Они могут быть использованы в качестве учебного пособия при подготовке к дифференцированному зачету и экзамену.

При выполнении заданий практического занятия, обучающиеся должны вести записи в специальной тетради. В ней отмечается дата, номер и название работы, цель выполнения работы, номер варианта, номер и название задания, подробное описание решения заданий. Оценка знаний предполагает учёт индивидуальных особенностей обучающихся, дифференцированный подход к организации работы. Исходя из поставленной целей, учитывается: правильность и осознанность изложенного решения, полнота представленных вычислений, правильность оформления. При выполнении практической работы рекомендуется пользоваться конспектами лекционных занятий, в которых подробно разобраны примеры с решениями.

По окончанию курса ПД. 01 Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия тетрадь с выполненными и зачтёнными работами хранится в аудитории в течении одного учебного года.Содержание методических указаний к выполнению практических занятий по дисциплине ПД. 01 Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия направлено на достижение следующих результатов:

• ***личностные:***

−− сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

− понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

− развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

− овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

− готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

− готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

− готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

− отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

• ***метапредметные*:**

− умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения

поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

− умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

− владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению

различных методов познания;

− готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

− владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

− владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

− целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

• ***предметные*:**

− сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

− сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

− владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

− владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

− сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

− владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;

− сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;

− применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

− сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей;

− умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

− владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ НА ПРАКТИЧЕСКОМ ЗАНЯТИИ

Результат деятельности: отчет о проделанной работе.

Защита: устный опрос по контрольным вопросам.

1. Критерии оценки выполнения практических заданий

За каждый выполненный пример выставляется один балл если: пример выполнен полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). Выставляется пол балла если: пример выполнен полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках.

От набранных баллов за работу выставляются следующие оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если работа выполнена на 70 % – 100 %;
- оценка «хорошо» выставляется, если работа выполнена на 50 % – 70 %;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если работа выполнена на 30 % – 50 %;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если работа выполнена на 0 % – 30 %.

2. Критерии оценки защиты контрольных вопросов

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- полно раскрыто содержание материала, материал изложин грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнены рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;

- отвечено самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые легко исправлены.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема	Наименование разделов и тем занятий	Кол-во часов
1	2	3
Раздел 1 Развитие понятия о числе		
1.1.	Практическое занятие №1. Точные и приближённые значения величин.	2
Раздел 2 Комплексные числа		
2.1.	Практическое занятие №2. Преобразования комплексных чисел в алгебраической форме.	2
2.2.	Практическое занятие №3. Преобразования комплексных чисел в тригонометрической форме.	2

1	2	3
2.3.	Практическое занятие №4. Преобразования комплексных чисел в показательной форме.	2
Раздел 3 Функции и графики		
3.1.	Практическое занятие №5. Графики элементарных функций.	2
3.3.	Практическое занятие №6. Исследование свойств функции.	2
Раздел 4 Уравнения и неравенства		
4.1.	Практическое занятие №7. Решение уравнений и неравенств.	2
4.2.	Практическое занятие №8. Решение систем двух уравнений по формулам Крамера.	2
4.3.	Практическое занятие №9. Решение системы трех уравнений.	2
4.4.	Практическое занятие №10. Решение квадратных уравнений и неравенств.	2
4.5.	Практическое занятие №11. Система квадратных уравнений.	2
Раздел 5 Корни, степени и логарифмы		
5.1.	Практическое занятие №12. Преобразование степеней и корней.	2
5.2.	Практическое занятие №13. Преобразование логарифмов.	2
5.3.	Практическое занятие №14. Построение графиков функций.	2
5.4.	Практическое занятие №15. Методы решения показательных уравнений и неравенств.	2
5.5.	Практическое занятие №16. Методы решения логарифмических уравнений и неравенств.	2
Раздел 6 Основы тригонометрии		
6.1.	Практическое занятие №17.Тождественные преобразования.	2
6.2.	Практическое занятие №18.Формулы приведения.	2
6.3.	Практическое занятие №19.Свойства функций sinx и cosx.	2
6.3.	Практическое занятие №20.Свойства функций tgx и ctgx.	2
6.5.	Практическое занятие №21.Методы решения тригонометрических уравнений.	2
Раздел 7 Прямые и плоскости в пространстве		
7.1.	Практическое занятие №22.Геометрические преобразования.	2
Раздел 8 Координаты и векторы		
8.2.	Практическое занятие №23.Действия над векторами в векторной форме.	2
8.3.	Практическое занятие №24.Действия над векторами в координатной форме.	2
8.5.	Практическое занятие №25.Ортогональность и коллинеарность векторов.	2
8.6.	Практическое занятие №26.Векторное вычисление углов.	2
8.7.	Практическое занятие №27.Приложение векторного произведения.	2
Раздел 9 Начало математического анализа		
9.1.	Практическое занятие №28.Вычисление пределов последовательностей.	2
9.2.	Практическое занятие №29.Методы вычисления пределов в точке.	2
9.3.	Практическое занятие №30.Вычисление бесконечных пределов.	2
9.4.	Практическое занятие №31.Вычисление замечательных пределов.	2
9.5.	Практическое занятие №32.Исследование на непрерывность.	2
9.7.	Практическое занятие №33.Производные степенных функций.	2
9.7.	Практическое занятие №34.Производные логарифмических функций.	2
9.7.	Практическое занятие №35.Производные показательных функций.	2
9.7.	Практическое занятие №36.Производные тригонометрических функций.	2
9.10.	Практическое занятие №37.Построение графиков функции.	2
9.11.	Практическое занятие №38.Нахождения наилучшего решения.	2
Раздел 10 Интеграл и его применение		
10.1.	Практическое занятие №39.Непосредственное интегрирование.	2

1	2	3
10.2.	Практическое занятие №40.Интегрирование сложных функций.	2
10.4.	Практическое занятие №41.Вычисление определенных интегралов.	2
10.5.	Практическое занятие №42.Вычисление объемов и площадей.	2
Раздел 11 Многогранники и тела вращения		
11.1.	Практическое занятие №43.Развёртка многогранника.	2
11.5.	Практическое занятие №44.Вычисление объемов и площадей.	2
11.6.	Практическое занятие №45.Объем правильного многогранника.	2
11.9.	Практическое занятие №46.Развёртка тела вращения.	2
11.10.	Практическое занятие №47.Вычисление объемов и площадей.	2
Раздел 12 Комбинаторика		
12.2.	Практическое занятие №48.Множества.	2
12.4.	Практическое занятие №49.Решение комбинаторных задач.	2
Раздел 13 Элементы теории вероятности и математической статистики		
13.2.	Практическое занятие № 50. Решение вероятностных задач.	2
13.3.	Практическое занятие №51.Формула Бернулли.	2
13.4.	Практическое занятие №52.Числовые характеристики дискретной случайной величины.	2
	Итого:	**104**

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1
ТОЧНЫЕ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИН

Цель:

- проверить знание понятий точного и приближенного значения величины, погрешность, округление;
- формирование умения находить точное и приближенное значение.

Вариант 1.

1. Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,01 для чисел:

a) $\sqrt{5};$ b) $2+\sqrt{5};$ c) $\frac{7}{22}.$

2. Округлите до: a) целых 0,32; b) десятых 0,256; c) сотых 0,666.

3. Найти приближенное значение суммы, разности, произведения и частного чисел, заданных с указанной точностью:

a) $x = 0.12 \pm 0.01, y = 0.76 \pm 0.02;$ b) $x = -72.16 \pm 0.08, y = 21.05 \pm 0.1.$

Вариант 2.

1. Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,01 для чисел:

a) $\sqrt{7};$ b) $2+\sqrt{7};$ c) $\frac{5}{33}.$

2. Округлите до: a) целых 0,13; b) десятых 0,297; c) сотых 0,651.

3. Найти приближенное значение суммы, разности, произведения и частного чисел, заданных с указанной точностью:

a) $x = 3412 \pm 62, y = 83745 \pm 110;$

b) b) $x = -0.1004 \pm 0.0002, y = 0.0012 \pm 0.0001.$

Вариант 3.

1. Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,01 для чисел:

а) $\sqrt{6}$;b) $3{,}1+\sqrt{6}$;c) $\frac{7}{11}$.

2. Округлите до: a) целых 0,52; b) десятых 0,24; c) сотых 0,676.

3. Найти приближенное значение суммы, разности, произведения и частного чисел, заданных с указанной точностью:

а) $x = 0.25 \pm 0.03, y = 0.69 \pm 0.07$;b) $x = 7.16 \pm 0.04, y = 2.15 \pm 0.6$.

Вариант 4.

1. Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,1 для чисел:

а) $\sqrt{10}$;b) $7{,}2+\sqrt{10}$;c) $\frac{3}{16}$.

2. Округлите до: a) целых 0,23; b) десятых 0,257; c) сотых 0,629.

3. Найти приближенное значение суммы, разности, произведения и частного чисел, заданных с указанной точностью:

а) $x = 123 \pm 52, y = 265 \pm 17$; b) $x = -0.143 \pm 0.002, y = 0.812 \pm 0.007$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое приближенное значение?

2. Абсолютная погрешность это?

3. План выполнения сложения приближенных величин.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Цель:

- закрепить знания об алгебраической форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме;
- развить навыки преобразования мнимой единицы;
- закрепить знания о свойствах степени.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.
2. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.
3. Возведите в степень.

Вариант 1.

1. а) $89 - 6i$; б) -$7i + 21$; в) – 65; г) $8i$.

2. а) $(6 - 4i) + (12i$-1); б) $(3 + 8i)$-$(45 + 63i)$; в)$(9 + i)(9 - i)$; г) $\frac{1-8i}{6+2i}$.

3. а) i^{10}; б) $i^9 + i^6$- i^{12}.

Вариант 2.
1. а) $85 + 5i$; б) $7i$-10; в) – 5; г) -$118i$.
2. а) $(2 + 14i) + (i$-$15)$; б) $(13 + 5i)$-$(5 + 3i)$; в)$(5 + i)(5 - i)$; г) $\frac{12-i}{6+3i}$.
3. а) i^{11}; б) $i^{5} + i^{8}$- i^{16}.

Вариант 3.
1. а) -$9 - 26i$; б) $17i + 1$; в) – 55; г) i.
2. а) $(56 - 4i) + (i + 1)$; б) $(63 + 8i)$-$(-2 + 63i)$; в)$(6 + i)(6 - i)$; г) $\frac{6-7i}{6+7i}$.
3. а) i^{7}; б) $i^{3} + i^{5}$- i^{13}.

Вариант 4.
1. а) -$9 - 5i$; б) $3i + 5$; в) 6; г) -$5i$.
2. а) $(21 - 5i) + (-5i$-$1)$; б) $(6 + 8i)$-$(25 + 63i)$; в)$(11 + i)(11 - i)$; г) $\frac{2-7i}{8+2i}$.
3. а) i^{5}; б) $i^{2} + i^{4}$- i^{14}.

Вариант 5.
1. а) $89 + 6i$; б) $7i + 91$; в) 8; г) $10i$.
2. а) $(6 - 6i) + (8i$-$1)$; б) $(3 + 9i)$-$(4 - 2i)$; в)$(8 + 3i)(9 - i)$; г) $\frac{6-21i}{6+2i}$.
3. а) i^{25}; б) $i^{3} + i^{6}$- i^{12}.

Вариант 6.
1. а) $5 + 6i$; б) $i + 21$; в) 15; г) -$9i$.
2. а) $($-$6 + i) + (11i$-$1)$; б) $(18 + 8i)$-$(2 + 53i)$; в)$(8 + i)(8 + i)$; г) $\frac{5+9i}{9-i}$.
3. а) i^{24}; б) $i^{5} + i^{8}$- i^{17}.

Вариант 7.
1. а) $5 + 6i$; б) $9i + 21$; в) 25; г) -$6i$.
2. а) $(2 + 16i) + (3i + 1)$; б) $(3 - 13i)$-$(4 + i)$; в)$(22 + i)(4 - i)$; г) $\frac{5+i}{6-i}$.
3. а) i^{22}; б) $i^{5} + i^{9}$- i^{12}.

Вариант 8.
1. а) $9 - 6i$; б) $i + 21$; в) 5; г) $26i$.
2. а) $(16 + 2i) + (2i + 5)$; б) $(5 - 8i)$-$(14 + 11i)$; в)$(15 - 6i)(1 + 2i)$; г) $\frac{5+i}{5-i}$.
3. а) i^{19}; б) $i^{2} + i^{6}$- i^{17}.

Вариант 9.
1. а) $89 + 6i$; б) i-120; в) 6; г) $4i$.
2. а) $(6 - 4i) + (11i$-$1)$; б) $(3 + 8i)$-$(26 + i)$; в)$(1 + 7i)(5 + i)$; г) $\frac{1-8i}{3-2i}$.
3. а) i^{10}; б) $i^{9} + i^{6}$- i^{12}.

Вариант 10.
1. а) $8 + 4i$; б) -$5i + 21$; в) 95; г) -$6i$.
2. а) $(9 - 4i) + (11i$-$1)$; б) $(22 + 8i)$-$(9 + 7i)$; в)$(1 + i)(5 - i)$; г) $\frac{1-8i}{4-2i}$.
3. а) i^{11}; б) $i^{5} + i^{6}$- i^{12}.

Контрольные вопросы:
1. Общий вид комплексного числа в алгебраической форме.

2. Мнимая единица это?

3. Формула выполнения умножения комплексных чисел в алгебраической форме.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Цель:

- закрепить знания о тригонометрической форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме;
- развить навыки построения комплексного числа на комплексной плоскости;
- закрепить знания о представлении комплексного числа в тригонометрической форме.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Постройте комплексное число на комплексной плоскости и укажите для него модуль и аргумент.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической форме.
3. Выполните умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.

Вариант 1.

1. а) 4-$4i$; б) -$3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
2. а) $5+5i$; б) $2i$; в)-4; г) $\sqrt{3}+i$
3. а) $10\left(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right):2(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})^6$.

Вариант 2.

1. а) $5+5i$; б) $2i$; в)-4; г) $\sqrt{3}+i$
2. а) 4-$4i$; б) -$3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
3. а) $10\left(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right)\cdot 2(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})$; б)$\sqrt{\cos\pi+i\sin\pi}$.

Вариант 3.

1. а) 3+3i; б) -$4i$; в) 5; г) $1+\sqrt{3}i$.
2. а) $6-6i$; б) -$7i$; в) 8; г) $1-\sqrt{3}i$
3. а) $12\left(cos\frac{3\pi}{2}+isin\frac{3\pi}{2}\right):3(cos\frac{\pi}{2}+isin\frac{\pi}{2})$; б)$\sqrt{cos\frac{\pi}{2}+isin\frac{\pi}{2}}$.

Вариант 4.

1. а) -$2-2i$; б) -$2i$; в) 3; г) $1-\sqrt{3}i$
2. а) 3+3i; б) -$4i$; в) 5; г) $1+\sqrt{3}i$.
3. а) $12\left(cos\frac{3\pi}{2}+isin\frac{3\pi}{2}\right)\cdot 3(cos\frac{\pi}{2}+isin\frac{\pi}{2})$; б) $(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})^4$.

Вариант 5.

1. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
2. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
3. а) $10\left(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right):2(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})^4$.

Вариант 6.

1. а) $-2-2i$; б) $-2i$; в) 3; г) $1-\sqrt{3}i$
2. а) $5+5i$; б) $2i$; в)-4; г) $\sqrt{3}+i$
3. а) $10\left(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right)\cdot 2(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})^6$.

Вариант 7.

1. а) $1+i$; б) $3i$; в) -5; г) $\sqrt{12-2i}$.
2. а) $-4+4i$; б) $6i$; в) 9; г) $\sqrt{27}+3i$
3. а) $16\left(cos\frac{7\pi}{4}+isin\frac{7\pi}{4}\right):8(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})^2$.

Вариант 8.

1. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
2. а) $1+i$; б) $3i$; в) -5; г) $\sqrt{12-2i}$.
3. а) $16\left(cos\frac{7\pi}{4}+isin\frac{7\pi}{4}\right)\cdot 8(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})^3$.

Вариант 9.

1. а) $-4+4i$; б) $6i$; в) 7; г) $\sqrt{27}+3i$
2. а) $5+5i$; б) $2i$; в)-4; г) $\sqrt{3}+i$
3. а) $10\left(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4}\right):2(cos\frac{3\pi}{4}+isin\frac{3\pi}{4})$; б) $(cos\frac{\pi}{12}+isin\frac{\pi}{12})^6$.

Вариант 10.

1. а) $1+i$; б) $3i$; в) 2; г) $\sqrt{3-i}$.
2. а) $5+5i$; б) $2i$; в) 9; г) $\sqrt{27}+3i$
3. а) $35\left(cos\frac{5\pi}{6}+isin\frac{5\pi}{6}\right):7(cos\frac{7\pi}{6}+isin\frac{7\pi}{6})$; б) $(cos\frac{\pi}{36}+isin\frac{\pi}{36})^6$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид комплексного числа в тригонометрической форме.
2. Аргумент комплексного числа это?
3. Модуль комплексного числа это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ

Цель:

- закрепить знания о показательной форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в показательной форме;

- развить навыки решения уравнений на множестве комплексных чисел.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Представьте комплексное число в показательной форме.
2. Выполните умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в показательной форме.
3. Решить уравнение на множестве комплексных чисел.

Вариант 1.

1. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3}\text{-}i$.
2. $z_1 = 6 \cdot e^{-3i}; z_2 = \frac{1}{3} \cdot e^{0,3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 2x + 5 = 0$

Вариант 2.

1. а) $5 + 5i$; б) $2i$; в)-4; г) $\sqrt{3} + i$
2. $z_1 = 2 \cdot e^{-31i}; z_2 = \frac{1}{12} \cdot e^{31i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 3x + \frac{9}{2} = 0$

Вариант 3.

1. а) $3\text{+}3i$; б) $\text{-}4i$; в) 5; г) $1 + \sqrt{3}i$.
2. $z_1 = 2 \cdot e^{8i}; z_2 = 11 \cdot e^{7i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 4x + \frac{17}{4} = 0$

Вариант 4.

1. а) $\text{-}2 - 2i$; б) $\text{-}2i$; в) 3; г) $1 - \sqrt{3}i$
2. $z_1 = 14 \cdot e^{-3i}; z_2 = 5 \cdot e^{0,2i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 25 = 0$

Вариант 5.

1. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3 - i}$.
2. $z_1 = 64 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{8} \cdot e^{\frac{1}{2}i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 81 = 0$

Вариант 6.

1. а) $\text{-}2 - 2i$; б) $\text{-}2i$; в) 3; г) $1 - \sqrt{3}i$.
2. $z_1 = 10 \cdot e^{-0.1i}; z_2 = \frac{1}{10} \cdot e^{0,3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 9 = 0$

Вариант 7.

1. а) $1\text{+}i$; б) $3i$; в) -5; г) $\sqrt{12 - 2i}$.
2. $z_1 = 6 \cdot e^{-2i}; z_2 = \frac{1}{2} \cdot e^{0,3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) $z_1{}^3$

3. $x^2 + 36 = 0$

Вариант 8.

1. а) $4\text{-}4i$; б) $\text{-}3i$; в) 2; г) $\sqrt{3 - i}$.
2. $z_1 = 25 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{5} \cdot e^{0,3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) ${z_1}^3$

3. $5x^2 + 2x + 1 = 0$

Вариант 9.

1. а) $\text{-}4 + 4i$; б) $6i$; в) 7; г) $\sqrt{27} + 3i$
2. $z_1 = 2 \cdot e^{\text{-}i}; z_2 = \frac{1}{2} \cdot e^{\text{-}3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) ${z_1}^3$

3. $x^2 + 2x + 5 = 0$

Вариант 10.

1. а) $1+i$; б) $3i$; в) 2; г) $\sqrt{3 - i}$.
2. $z_1 = 12 \cdot e^{\text{-}i}; z_2 = \frac{1}{3} \cdot e^{0,3i}$;

а) $z_1 \cdot z_2$; б)$z_1 : z_2$ в) $z_1 \cdot \overline{z_2}$ г) ${z_1}^3$

3. $x^2 + 1 = 0$

Контрольные вопросы:

1. Общий вид комплексного числа в показательной форме.
2. Аргумент комплексного числа это?
3. Модуль комплексного числа это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5
ГРАФИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Цель:

- проверить знание понятий функция, линейная функция, обратная пропорциональная, квадратичная функция;
- формирование умения находить значение функции, строить графики функции.

Вариант 1.

1. Определить, какое значение функция $u = \frac{x^2\text{-}x+2}{x-1}$ принимает при:

а) $x = 2$; b) $x = -0.6$.

2. Построить график функции и представить функцию в виде таблицы до 10 значений:

а) $y = 6x - 5$; b)$y = x^2$; c)$y = -0,5x^2$; d)$y = 2(x - 4)^2$.

Вариант 2.

1. Определить, какое значение функция $u = 3x^2 - 6$ принимает при:

а) $x = 2$;b) $x = \text{-}\frac{2}{3}$.

2. Построить график функции и представить функцию в виде таблицы до 10 значений:

a) $y = 3x + 2$; b) $y = x^3$; c) $y = 5x^2$; d) $y = -3(x + 4)^2$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид линейной функции.
2. Общий вид квадратичной функции.
3. Область определения функции это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6
ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИИ

Цель:

- проверить знание понятий функция, монотонность, четность и нечетность, обратная функция, сложная функция;
- формирование умения исследовать функцию.

Вариант 1.

1. Исследовать функцию: a) $y = -3x^2$; b) $y = 4x - 2$.
2. Выполнить действия над функциями $f(x) = 2x + 5, h(x) = x^2 + x$: $a)$ $6f(x)$; b) $f(x) + h(x)$; c) $f(2) * h(2)$.
3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^2-1}{2}, x = t - 2$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = \sqrt{3x + 2}$.

Вариант 2.

1. Исследовать функцию: a) $y = 2x^2$; b) $y = -3x + 2$.
2. Выполнить действия над функциями $f(x) = 2x, h(x) = x^2$: $a)$ $6f(x)$; b) $f(x) + h(x)$; c) $f(2) * h(2)$.
3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^2+1}{2x}, x = 3t - 2$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = \sqrt{x - 2}$.

Вариант 3.

1. Исследовать функцию: a) $y = x^2 + 1$; b) $y = x + 5$.
2. Выполнить действия над функциями $f(x) = 2x - 10, h(x) = x^3$: $a)$ $6f(x)$; b) $f(x) + h(x)$; c) $f(2) * h(2)$.
3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^3}{6}, x = 2t^2$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = 12x^2$.

Вариант 4.

1. Исследовать функцию: a) $y = -x^2 + 0{,}5$; b) $y = x - 1{,}5$.
2. Выполнить действия над функциями $f(x) = x^2 + 2, h(x) = x^4 - x$: $a)$ $6f(x)$; b) $f(x) + h(x)$; c) $f(2) * h(2)$.
3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = x^3 + 1, x = t + 1$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = 7x^2 - 8$.

Вариант 5.

1. Исследовать функцию: a) $y = x^2 + 2x$; b) $y = -x - 2$.
2. Выполнить действия над функциями

$f(x) = x^4, h(x) = x^2 + x^4$: $a)$ $6f(x)$;b) $f(x) + h(x)$;c) $f(2) * h(2)$.

3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^2}{x^3-2}, x = 4t$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = \sqrt{-x}$.

Вариант 6.

1. Исследовать функцию: а) $y = x + 4$; b) $y = -5x - 2$.
2. Выполнить действия над функциями

$f(x) = 2x^2, h(x) = x^2 + x^3$: $a)$ $6f(x)$;b) $f(x) + h(x)$;c) $f(2) * h(2)$.

3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^2+11}{x}, x = t^2 + t$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = \sqrt{5x - 9}$.

Вариант 7.

1. Исследовать функцию: а) $y = -5x^2$; b) $y = x + 7$.
2. Выполнить действия над функциями

$f(x) = x - 3, h(x) = x^2\text{-}3x$: $a)$ $6f(x)$;b) $f(x) + h(x)$;c) $f(2) * h(2)$.

3. Найти $y = f(h(t))$ если $y = \frac{x^3}{x\text{-}x^2+2}, x = t + 3$.
4. Найти обратную функцию для данной $y = \sqrt{32x}$.

Контрольные вопросы:

1. Функция называется монотонной если?
2. Какая функция называется четной?
3. Область определения функции это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7
РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Цель:

- закрепить знания о уравнениях и неравенствах с одной переменной;
- сформировать навыки применения основных правил вычисления корней уравнения с одной переменной;
- развить умение использовать равносильные преобразования при решении неравенств.

Вариант 1.

1. Решить уравнения: а) $2x + 3 = 5$; b)$\text{-}3x + 2 = 0$; c) $3x\text{-}\frac{x+2}{4}\text{-}\frac{3x\text{-}2}{2} + \frac{x\text{-}1}{3} = 1$.
2. Решить неравенства: а) $x + 6 > 2 - 3x$; b) $\begin{cases} 2x > 4x + 6, \\ 4x + 3 < 2x + 1; \end{cases}$

c) $\left[\begin{array}{l} 5 - 2x > 3x\text{-}10, \\ 2(1 - 2x) > 1 - 5x; \end{array}\right.$ d) $\frac{3x+1}{2x+3} > 0$.

Вариант 2.

1. Решить уравнения:
2. а) $3x + 5 = -3x\text{-}1$; b)$5x + 20 = 0$; c) $1 - \frac{6-2x}{3} = x\text{-}\frac{x+3}{2}$.

3. Решить неравенства: a) $5x\text{-}4 > 7 + 5x$; b) $\begin{cases} 6x\text{-}7 > 5x\text{-}1, \\ 3x + 6 > 8x\text{-}4; \end{cases}$
c) $\left[\begin{array}{l} 2(x\text{-}2) > 5 - x, \\ 1 - 5x \le 4(2 - x); \end{array}\right.$ d) $\frac{2x+3}{3x+2} \le 2$.

Вариант 3.

1. Решить уравнения: a) $\text{-}2x + 10 = -4$; b) $\text{-}x + 1 = 0$;
c) $x + \frac{x\text{-}3}{8} + \frac{x+12}{4} = 2x + \frac{5-3x}{2}$.

2. Решить неравенства: a) $(x\text{-}3)^2\text{-}11 \ge (x + 2)^2$; b) $\begin{cases} 17 - 2x > 0, \\ 5x + 15 < 0; \end{cases}$
c) $\left[\begin{array}{l} 4x + 7 > 2x + 13, \\ 3x + 2 < 2x + 3; \end{array}\right.$ d) $\frac{5-x}{2-3x} \ge 0$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид линейного уравнения.
2. Основные правила преобразования уравнений.
3. Равносильные преобразования при решении неравенств.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8
РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ПО ФОРМУЛАМ КРАМЕРА

Цель:

- закрепить знания о уравнениях;
- сформировать навыки вычисления определителей 2-го порядка;
- развить умение нахождения решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Решите систему двух линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера.
2. Вычислите определитель.
3. Решить систему графическим способом.
4. Решить систему способом подстановки.

Вариант 1.

1. а) $\begin{cases} 3x + 5y = 13, \\ x + 4y = 9. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + 5y = 14, \\ 3x + 7y = 20. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 2 & \text{-}2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 6 & \text{-}2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 11 & \text{-}2 \end{vmatrix}$.
3. $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - y = -9. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7 \end{cases}$

Вариант 2.

1. а) $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x\text{-}y = 16. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x\text{-}y = 6, \\ 3x + y = 12. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 11 & 6 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & \text{-}2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 10 & \text{-}2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 9 & 3 \\ \text{-}5 & \text{-}2 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{cases} 2x\text{-}y = -9, \\ 3x + 2y = 4. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x\text{-}3y = 6, \\ \text{-}5x + 2y = -4. \end{cases}$

Вариант 3.

1. а) $\begin{cases} 2x\text{-}y = -2, \\ 2x + y = -6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 5y = 15, \\ 3x\text{-}5y = 5. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 11 & 6 \\ 10 & 6 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 13 & 3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 11 & -2 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{cases} 2x\text{-}y + 5 = 0, \\ x + y\text{-}2 = 0. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x\text{-}4y = 9, \\ 3x + 2y = 13. \end{cases}$

Вариант 4.

1. а) $\begin{cases} 3x\text{-}y = -1, \\ x\text{-}4y = -15. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + y = -14, \\ x\text{-}3y = 3. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 10 & 6 \\ 9 & 12 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 8 & -2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 23 & 11 \\ 8 & -2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} -44 & 2 \\ -55 & -2 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{cases} 4x\text{-}3y = 7, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 2x + y = 6, \\ \text{-}4x + 3y = 8. \end{cases}$

Вариант 5.

1. а) $\begin{cases} x\text{-}y = 3, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2y = -11, \\ \text{-}x + 5y = 15. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 12 & 13 \\ 13 & 12 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 14 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} -6 & 3 \\ -22 & -2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ -14 & -2 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{cases} \text{-}x + y = 3, \\ x + y = -1. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 2x\text{-}y = 5, \\ 3x\text{-}y = 7. \end{cases}$

Вариант 6.

1. а) $\begin{cases} 3x + 5y = 13, \\ x + 4y = 9. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x\text{-}5y = 13, \\ 2x + 7y = 81. \end{cases}$
2. а) $\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 12 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -11 & -2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 16 & -2 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x + 2y = 8. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x\text{-}y = 1, \\ \text{-}2x + y = 1. \end{cases}$

Контрольные вопросы:

1. Определитель второго порядка это?
2. Суть метода Крамера для решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.
3. Суть графического способа решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9
РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ

Цель:

- закрепить знания о определителе 3-го порядка;
- развить умение решать системы трех линейных уравнений с тремя переменными методом Крамера и Гаусса;

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Решить систему уравнений методов Крамера.
2. Решить систему уравнений методом Гаусса.
3. Вычислить значение определителя.

Вариант 1.

1. а) $\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ 6x\text{-}4y+z=3 \\ x\text{-}y+2z=2 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 3x+2y+3z=-1 \\ 5x\text{-}4y+z=-9 \\ x\text{-}y+2z=-2 \end{cases}$. 2. а) $\begin{cases} x+2y+3z=-4 \\ 6x\text{-}4y+z=9 \\ x\text{-}y+2z=0 \end{cases}$.

3. а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

Вариант 2.

1. а) $\begin{cases} x+3y+3z=4 \\ 2x\text{-}4y+z=-3 \\ x\text{-}y+2z=5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x+2y\text{-}z=2 \\ 5x\text{-}4y+z=8 \\ x\text{-}y+2z=5 \end{cases}$. 2. а) $\begin{cases} x+2y\text{-}3z=-1 \\ 6x\text{-}4y+z=-3 \\ x\text{-}y+2z=1 \end{cases}$.

3. а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

Вариант 3.

1. а) $\begin{cases} x+2y\text{-}3z=-5 \\ \text{-}x+4y\text{-}z=9 \\ x\text{-}y+4z=18 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 2x+2y+3z=-7 \\ 5x\text{-}4y+z=-2 \\ x\text{-}y+2z=-2 \end{cases}$. 2. а) $\begin{cases} x\text{-}y+z=2 \\ 5x\text{-}4y+z=1 \\ x\text{-}y+2z=4 \end{cases}$.

3. а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

Контрольные вопросы:

1. Определитель третьего порядка это?
2. Суть метода Крамера для решения систем трех линейных уравнений с тремя переменными.
3. Суть метода Гаусса для решения систем трех линейных уравнений с тремя переменными.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10
РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Цель:

- закрепить знания о квадратных уравнениях и неравенствах;
- сформировать навыки вычисления корней квадратных уравнений и уравнений, сводящихся к квадратным;
- развить умение нахождения решения иррациональных уравнений и неравенств.

Вариант 1.

1. Решите уравнения. а) $x^2\text{-}6x+8=0$; б) $x^2\text{-}2=0$; в) $x^4\text{-}13x^2+36=0$; г) $(x^2\text{-}2x)^2\text{-}2(x^2\text{-}2x)\text{-}3=0$; д) $x^5\text{-}4x^4+3x^3=0$; е) $\sqrt{x\text{-}3}=x\text{-}9$.

2. Решить неравенство. а) $2x^2+3x-2>0$; б) $\sqrt{3x+13}<x+1$.

Вариант 2.

1. Решите уравнения. а) $x^2+9x+20=0$;б) $x^2+4x=0$;
в) $9x^4-37x^2+4=0$; г) $3(x^2-x)^2-8(x^2-x)+4=0$; д) $x^7+2x^6-15x^5=0$;
е) $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=1$.

2. Решить неравенство. а) $3x^2+7x-6>0$; б) $\sqrt{x^2-1}>x-3$.

Вариант 3.

1. Решите уравнения. а) $-2x^2+5x+12=0$; б) $x^2-169=0$;
в) $x^4-13x^2+36=0$; г) $3(x^2-x-12)^2-8(x^2-x-12)+4=0$; д) $x^8-2x^7-3x^6=0$;
е) $\sqrt{25-x}+\sqrt{x+9}=2$.

2. Решить неравенство. а) $-x^2-6x+27<0$; б) $\sqrt{2x+9}<3-x$.

Вариант 4.

1. Решите уравнения. а) $3x^2+4x+1=0$;б) $3x^2+6x=8x^2-9x$;
в) $4x^4-17x^2+4=0$; г) $(2x^2-5x-12)^2-4(2x^2-5x-12)+4=0$;
д) $2x^6-7x^5+3x^4=0$; е) $\sqrt{4-x}+\sqrt{x+5}=3$.

2. Решить неравенство. а) $-4x^2+x-5<0$; б) $\sqrt{3x+1}>\sqrt{2-x}$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид квадратных уравнений?
2. План решения квадратных неравенств.
3. Виды неполных квадратных уравнений.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11
СИСТЕМА КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель:

- закрепить знания об уравнениях;
- сформировать навыки вычисления квадратных уравнений;

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Решите систему уравнений.
2. Составьте систему уравнений и решите её.

Вариант 1.

1. а) $\begin{cases} x^2+6xy+8y^2=91, \\ x+3y-10=0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{8}, \\ x+y=12. \end{cases}$

2. Площадь прямоугольника равна 1080 $см^2$, а его периметр равен 138 см. Найдите длины сторон.

Вариант 2.

1. а) $\begin{cases} x^2+xy+2y^2=74, \\ 2x^2+2xy+y^2=73. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{3}{2}, \\ x^2+y^2=45. \end{cases}$

2. Площадь прямоугольного треугольника равна 270 $см^2$, а его периметр равен 90 см. Найдите длины сторон.

Контрольные вопросы:

1. Общая формула вычисления корней квадратного уравнения.
2. Суть метода подстановок для решения систем уравнений.
3. Дискриминант это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 12
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТЕПЕНЕЙ И КОРНЕЙ

Цель:

- закрепить знания о понятии степени с действительным показателем;
- сформировать умения выполнения действий возведение в степень;
- развить навыки извлечения корня.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Возвести в степень.
2. Вычислить.
3. Упростить выражение.

Вариант 1.

1. а) $(\frac{2a^{-9}b^{-3}c^{6}}{7a^{-5}b^{-1}c^{4}})^{-2}$; б) $(\frac{2a^{9}b^{3}c^{-6}}{7a^{5}b^{1}c^{-4}})^{\frac{3}{2}}$.
2. а) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{81}$-$\sqrt{169}\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt{69^2+2\cdot 69+1}$.
3. $\left(3^{\frac{3}{2}}\text{-}8y^{\frac{3}{4}}\right):(3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{y}+\frac{\sqrt{y}}{4^{-1}})$.

Вариант 2.

1. а) $(\frac{2m^{-10}b^{-4}c^{7}}{4a^{-5}b^{-1}c^{4}})^{-3}$; б) $(\frac{2m^{9}b^{3}c^{-6}}{4m^{3}b^{-3}c^{-6}})^{\frac{2}{3}}$.
2. а) $\sqrt{121}\cdot\sqrt{25}+\sqrt{9}\sqrt[4]{81}$; б) $\sqrt{69^2\text{-}10\cdot 69+25}$.
3. $\left(3^{\frac{3}{2}}+8n^{\frac{3}{4}}\right):(3-2\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{n}+\frac{\sqrt{n}}{4^{-1}})$.

Вариант 3.

1. а) $(\frac{2a^{9}b^{3}c^{8}}{14a^{4}b^{4}c^{4}})^{3}$; б) $(\frac{7a^{15}b^{19}c^{-24}}{21a^{3}b^{1}c^{6}})^{\frac{2}{6}}$.
2. а) $\sqrt{49}\cdot\sqrt{4}$-$\sqrt{64}\sqrt[3]{96}$; б) $\sqrt{81+18+1}$.
3. $\left(3^{\frac{2}{3}}\text{-}25y^{\frac{2}{5}}\right):(\sqrt[3]{3}+5\sqrt[5]{y})$.

Вариант 4.

1. а) $(\frac{2a^{9}b^{3}c^{8}}{14a^{4}b^{4}c^{4}})^{3}$; б) $(\frac{7a^{15}b^{19}c^{-24}}{21a^{3}b^{1}c^{6}})^{\frac{2}{6}}$.
2. а) $\sqrt{225}\cdot\sqrt{4}+\sqrt{9}\sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt{225-15\cdot 10+25}$.
3. $\left(4^{\frac{2}{3}}\text{-}9y^{\frac{2}{5}}\right):(\sqrt[3]{2^2}\text{-}3\sqrt[5]{y})$.

Вариант 5.

1. а) $(\frac{24a^{3}b^{3}c^{8}}{2^{2}a^{2}b^{2}y^{4}})^{-3}$; б) $(\frac{25a^{15}b^{19}c^{-11}}{5^{2}a^{5}b^{9}c^{-1}})^{\frac{3}{6}}$.
2. а) $\sqrt{169}\cdot\sqrt{9}$-$\sqrt{4}\sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt{169-130\cdot 2+100}$.
3. $\left(2^{\frac{4}{3}}\text{-}9b^{\frac{2}{5}}\right):(\sqrt[3]{2^2}+3\sqrt[5]{b})$.

Вариант 6.

1. а) $(\frac{2a^9b^3c^8}{a^9 3b^3c^4})^5$; б) $(\frac{7a^{15}b^{19}c^{-24}}{21a^{10}b^1c^6})^{\frac{2}{5}}$.
2. а) $\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}-\sqrt{64}\sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt{2^2+4\cdot 100+10^4}$.
3. $\left(3^{\frac{2}{3}}-25y^{\frac{2}{7}}\right):(\sqrt[3]{3}+5\sqrt[7]{y})$.

Вариант 7.

1. а) $(\frac{2a^9b^3c^8}{14a^4b^4c^4})^3$; б) $(\frac{7a^{15}b^{19}c^{-24}}{21a^3b^1c^6})^{\frac{2}{6}}$.
2. а) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{16}-\sqrt{9}\sqrt[3]{125}$; б) $\sqrt{4+20+25}$.
3. $\left(9^{\frac{2}{3}}-z^{\frac{2}{5}}\right):(\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[5]{z})$.

Вариант 8.

1. а) $(\frac{18a^9l^3c^8}{3x^4b^4c^4})^{-3}$; б) $(\frac{7a^{15}b^{19}c^{-24}}{21a^1b^{-2}c^4})^{\frac{2}{7}}$.
2. а) $\sqrt{81}\cdot\sqrt{4}+\sqrt{4}\sqrt[3]{343}$; б) $\sqrt{9+6\cdot 1+1}$.
3. $\left(4^{\frac{2}{3}}-16k^{\frac{2}{5}}\right):(\sqrt[3]{2^2}+4\sqrt[5]{k})$.

Контрольные вопросы:

1. Степень это?
2. Основные свойства степени.
3. Связь понятий степень и корень.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 13
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГАРИФМОВ

Цель:

- закрепить знания о понятии логарифм;
- сформировать умения применять свойства логарифмов;
- развить навыки преобразования логарифмов.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Найти числовое значение выражения.
2. Выполнить преобразования, если можно найти значение выражения.
3. Вычислите x.

Вариант 1.

1. а) $\log_6 36$; б) $\log_8 \frac{64}{2}$; в) $\log_{125} 5$; г) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49}$.
2. а) $4\log_{16} 2+\log_{125} 225-\log_{81}\frac{1}{27}$; б) $\log_b b^2+\log_b c-\frac{1}{2}\log_b a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{64}=-2$; б) $\log_{0.2} 125=x$; в) $\log_x 0{,}64=-4$.

Вариант 2.

1. а) $\log_{11} 121$; б) $\log_9 \frac{243}{3}$; в) $\log_{169} 13$; г) $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{64}$.
2. а) $3\log_{1000} 10+\log_{36} 216-\log_{49}\frac{1}{7}$; б) $\log_{h^{12}} h^6+\log_h d-\frac{1}{3}\log_h a$.

3. а) $\log_x \frac{1}{216} = -2$; б) $\log_{0.04} 125 = x$; в) $\log_x 0{,}81 = -2$.

Вариант 3.

1. а) $\log_{12} 144$; б) $\log_{16} \frac{216}{4}$; в) $\log_{400} 20$; г) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{36}$.
2. а) $5\log_{32} 2 + \log_{49} 343 - \log_{32} \frac{1}{16}$; б) $\log_k k^{12} + \log_k c - \frac{1}{3}\log_k a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{625} = -2$; б) $\log_{0.2} 25 = x$; в) $\log_x 1.69 = -3$.

Вариант 4.

1. а) $\log_{16} 256$; б) $\log_{16} \frac{64}{4}$; в) $\log_{289} 17$; г) $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{64}$.
2. а) $3\log_{27} 3 + \log_{36} 216 - \log_{25} \frac{1}{125}$; б) $\log_p a^{14} + \log_p c - \frac{1}{14}\log_p a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{4} = -2$; б) $\log_{0.25} 64 = x$; в) $\log_x 0{,}81 = -4$.

Вариант 5.

1. а) $\log_4 16$; б) $\log_{81} \frac{27}{3}$; в) $\log_{49} 7$; г) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{36}$.
2. а) $2\log_{25} 5 + \log_{25} 225 - \log_{81} \frac{1}{27}$; б) $\log_p a^{14} + \log_p c - \frac{1}{14}\log_p a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{64} = -2$; б) $\log_{0.25} 64 = x$; в) $\log_x 0{,}64 = -4$.

Вариант 6.

1. а) $\log_6 36$; б) $\log_{81} \frac{27}{3}$; в) $\log_{400} 20$; г) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$.
2. а) $5\log_{32} 2 + \log_{49} 343 - \log_{32} \frac{1}{16}$; б) $\log_b b^2 + \log_b c - \frac{1}{2}\log_b a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{81} = -2$; б) $\log_{0.5} 64 = x$; в) $\log_x 0{,}25 = -4$.

Вариант 7.

1. а) $\log_3 9$; б) $\log_{25} \frac{125}{25}$; в) $\log_{49} 7$; г) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$.
2. а) $5\log_{32} 2 + \log_{16} 4 - \log_{81} \frac{1}{27}$; б) $\log_b b^3 + \log_b c - \frac{1}{3}\log_b a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{25} = -2$; б) $\log_{0.5} 8 = x$; в) $\log_x 0{,}25 = -2$.

Вариант 8.

1. а) $\log_4 16$; б) $\log_{81} \frac{9}{35}$; в) $\log_{125} 5$; г) $\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{9}$.
2. а) $4\log_{16} 2 + \log_{125} 225 - \log_{81} \frac{1}{27}$; б) $\log_b \frac{b^2}{c} + \log_b c - \frac{1}{2}\log_b a$.
3. а) $\log_x \frac{1}{81} = -2$; б) $\log_{0.2} 125 = x$; в) $\log_x 0{,}25 = -4$.

Контрольные вопросы:

1. Логарифм это?
2. Основные свойства логарифма.
3. Основные свойства степени.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14
ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

Цель:

- закрепить знания о понятии функция;
- сформировать умения построения степенной, показательной и логарифмической функции;
- развить навыки нахождения значения функции.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Постройте график степенной функции.
2. Постройте график показательной функции.
3. Постройте график логарифмической функции.

Вариант 1.

1. а) $y = x^2$; б) $y = x^{-3}$; в) $y = x^{\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{3}{2}}$.
2. а) $y = 3^x$; б) $y = (\frac{1}{2})^x$; в) $y = 0.2^x$; г) $y = 1^x$.
3. а) $y = \log_2 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; в) $y = \log_6 x$; г) $y = \log_{0.1} x$.

Вариант 2.

1. а) $y = x^3$; б) $y = x^{-2}$; в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{5}{2}}$.
2. а) $y = 5^x$; б) $y = (\frac{1}{3})^x$; в) $y = 0.5^x$; г) $y = 1^x$.

а) $y = \log_3 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; в) $y = \log_7 x$; г) $y = \log_{0.2} x$.

Вариант 3.

1. а) $y = x^1$; б) $y = x^{-1}$; в) $y = x^{\frac{1}{3}}$; г) $y = x^{\frac{2}{3}}$.
2. а) $y = 2^x$; б) $y = (\frac{1}{4})^x$; в) $y = 0.4^x$; г) $y = 1^x$.
3. а) $y = \log_4 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{5}} x$; в) $y = \log_5 x$; г) $y = \log_{0.3} x$.

Вариант 4.

1. а) $y = x^5$; б) $y = x^{-4}$; в) $y = x^{-\frac{1}{3}}$; г) $y = x^{-\frac{3}{2}}$.
2. а) $y = 6^x$; б) $y = (\frac{1}{5})^x$; в) $y = 0.02^x$; г) $y = 1^x$.

а) $y = \log_7 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{7}} x$; в) $y = \log_4 x$; г) $y = \log_{0.01} x$.

Вариант 5.

1. а) $y = x^3$; б) $y = x^{-3}$; в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{3}{2}}$.
2. а) $y = 2^x$; б) $y = (\frac{1}{8})^x$; в) $y = 0.4^x$; г) $y = 1^x$.
3. а) $y = \log_8 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$; в) $y = \log_9 x$; г) $y = \log_{0.25} x$.

Вариант 6.

1. а) $y = x^{-3}$; б) $y = x^{-2}$; в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; г) $y = x^{\frac{1}{3}}$.
2. а) $y = 4^x$; б) $y = (\frac{1}{3})^x$; в) $y = 0.25^x$; г) $y = 1^x$.

а) $y = \log_2 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{6}} x$; в) $y = \log_8 x$; г) $y = \log_{0.2} x$.

Вариант 7.

1. а) $y = x^6$; б) $y = x^{-4}$; в) $y = x^{\frac{1}{4}}$; г) $y = x^{-\frac{3}{2}}$.
2. а) $y = 6^x$; б) $y = (\frac{1}{10})^x$; в) $y = 0.5^x$; г) $y = 1^x$.
3. а) $y = \log_6 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{10}} x$; в) $y = \log_7 x$; г) $y = \log_{0.4} x$.

Вариант 8.

1. а) $y = x^1$; б) $y = x^{-3}$; в) $y = x^{\frac{1}{4}}$; г) $y = x^{\frac{6}{2}}$.
2. а) $y = 4^x$; б) $y = (\frac{1}{7})^x$; в) $y = 0.25^x$; г) $y = 1^x$.
3. а) $y = \log_4 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; в) $y = \log_9 x$; г) $y = \log_{0.4} x$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид уравнения степенной функции.
2. Общий вид графика показательной функции.
3. Общий вид графика логарифмической функции.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №15-16
МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ.

Цель:

- закрепить знания о свойствах степени;
- сформировать умения решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства;

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Решите уравнения.
2. Решите неравенства.

Вариант 1.

1. а) $3^x = 9$; b) $(\frac{1}{2})^{2-x} = 8\sqrt{2}$; c) 3^x-$3^{x+3} = -78$; d) $\log_2 x = 3$;
e) $\log_2(3x$-$6) = \log_2(2x$-$3)$.
2. а) $3^x < 81$; b) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3x+1} > \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}$; c) $19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1$;
d) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq -3$; e) $\log_2(5x$-$9) \leq \log_2(3x + 1)$.

Вариант 2.

1. а) $2^x = 16$; b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$; c) 5^{2x-1}-$5^{2x-3} = 4{,}8$; d) $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$;
e) $\log_6(14 - 4x) = \log_6(2x + 2)$.
2. а) $2^x > \frac{1}{16}$; b) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0{,}5} > \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1{,}5}$; c) $0{,}36^{\frac{7x+1}{2-x}} < 1$; d) $\log_2 x > -\frac{1}{2}$;
e) $\log_5 x > \log_5(3x$-$4)$.

Вариант 3.

1. а) $0{,}5^x = 0{,}125$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = 1{,}5^{2x-3}$; c) 2^{2x}-$6 \cdot 2^x + 8 = 0$; d) $\log_5 x = 2$;

e) $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$.

2. a) $5^x>125$; b) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}}>\frac{4}{9}$; c) $2^x+2^{x+2}\le 20$; d) $\log_2 x\ge 4$;
e) $\log_{0,6}(2x\text{-}1)\le\log_{0,6}x$.

Вариант 4.

1. a) $\left(\frac{1}{9}\right)^x=1$; b) $5^{3x\text{-}1}=0{,}2$; c) $3^{2x}\text{-}6\cdot 3^x\text{-}27=0$; d) $\log_2 x=\frac{1}{2}$;
e) $lg(x^2\text{-}6)=lg(8+5x)$.

2. a) $2^x<\frac{1}{2}$; b) $3^{2x\text{-}1}\text{-}3^{2x\text{-}3}<\frac{8}{3}$; c) $17^{\frac{x}{x\text{-}8}}\ge 17$; d) $\log_{0,2}x<3$;
e) $\log_{0,3}(x^2+22)<\log_{0,3}13x$.

Вариант 5.

1. a) $6^x=216$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}=27\sqrt{3}$; c) $2\cdot 4^x\text{-}5\cdot 2^x+2=0$; d) $\log_{0,2}x=4$;
e) $\log_{23}(2x\text{-}1)\text{-}\log_{23}x=0$.

2. a) $4^x<1024$; b) $7^{x^2\text{-}3x}<\left(\frac{1}{7}\right)^6$; c) $\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt{5}\le 5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{2x\text{-}1}$; d) $\log_2 x\le -3$;
e) $\log_{\frac{1}{2}}(6-x)\ge\log_{\frac{1}{2}}x^2$.

Контрольные вопросы:

1. Логарифм это?
2. Степень это?
3. Основные свойства степени.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 17
ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Цель:

- закрепить знания о тригонометрических функциях;
- сформировать умения применять тригонометрические тождества;
- развить навыки работы с числовой окружностью.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Упростить выражения.
2. По заданному значению функции найдите значения остальных тригонометрических функций.

Вариант 1.

1. а) $\cos^2 t\text{-}1$; б) $\cos^2 t+1-\sin^2 t$; в) $\frac{1-\cos^2 t}{1-\sin^2 t}$;
г)$(3\sin t+4\cos t)^2+(4\sin t\text{-}3\cos t)^2$.

2. а) $\sin t=\frac{5}{13}, 0<t<\frac{\pi}{2}$; б) $\cos t=0.6, \frac{3\pi}{2}<t<2\pi$;
в) $\text{tg t}=\text{-}\frac{3}{4}, \frac{\pi}{2}<t<\pi$; г) $ctg\ t=\frac{12}{5}, 3\pi<t<\frac{7\pi}{2}$.

Вариант 2.

1. а) $\sin^2 t\text{-}1$; б) $\sin^2 t+2\cos^2 t\text{-}1$; в) $\frac{1-\sin^2 t}{\cos^2 t}$; г)$(\text{tg}\,t+ctg\ t)^2\text{-}(tg\ t\text{-}ctg\ t)^2$.

2. а) $\sin t = \frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$; б) $\cos t = -\frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$;
в) $\operatorname{tg} t = \frac{3}{4}, 0 < t < \frac{\pi}{2}$; г) $ctg\ t = -\frac{8}{15}, \frac{5\pi}{2} < t < 3\pi$.

Вариант 3.

1. а) $\frac{1}{\cos^2 t}-1$; б) $ctg\ t-\frac{\cos t-1}{\sin t}$; в) $\frac{tg\ t+1}{1+ctg\ t}$; г) $\sin t \cos t\,(tg\ t + ctg\ t)$.
2. а) $\sin t = -0.28,\ \pi < t < \frac{3\pi}{2}$; б) $\cos t = -\frac{24}{25}, \pi < t < \frac{3\pi}{2}$;
в) $\operatorname{tg} t = 2.4, \pi < t < \frac{3\pi}{2}$; г) $ctg\ t = -\frac{5}{12}, \frac{7\pi}{2} < t < 4\pi$.

Вариант 4.

1. а) $1 - \frac{1}{\sin^2 t}$; б) $\cos^2 t - (ctg^2 t + 1) \cdot \sin^2 t$;
в) $\frac{1-2\sin t \cos t}{(\cos t - \sin t)^2}$; г) $ctg^2 t \cdot (\cos^2 t - 1) + 1$.
2. а) $\sin t = \frac{6}{11}, 0 < t < \frac{\pi}{2}$; б) $\cos t = 0.7, \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$;
в) $\operatorname{tg} t = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$; г) $ctg\ t = \frac{14}{3}, 3\pi < t < \frac{7\pi}{2}$.

Контрольные вопросы:

1. Основные тригонометрические тождества.
2. Знаки тригонометрических функций по четвертям.
3. Формулы сокращенного умножения.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 18
ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Цель:

- закрепить знания о градусной и радианной мере угла;
- сформировать умения применять формулы приведения;
- развить навыки решения простейших тригонометрических уравнений.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Переведите из градусной меры в радианную.
2. Переведите из радианной меры в градусную.
3. Упростите выражения.
4. Решите уравнение.

Вариант 1.

1. а) 125°; б) 230°; в) 350°; г) 760°.
2. а) $\frac{7\pi}{2}$; б) $\frac{5\pi}{8}$; в) $\frac{11\pi}{9}$; г) $\frac{13\pi}{12}$.
3. а) $\sin(\pi - t)$; б) $\cos(90^\circ - t)$; в) $tg\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$;
г) $ctg\,(360^\circ + t)$; д) $\frac{\sin(\pi-t)\cdot\cos(2\pi-t)}{tg(\pi-t)\cdot\cos(\pi-t)}$; е) $\frac{\cos(\pi-t)+\cos(\frac{\pi}{2}-t)}{\sin(2\pi-t)-\sin(\frac{3\pi}{2}-t)}$.
4. а) $\sin t = 2$; б) $\cos t = -1$; в) $tg\ t = \sqrt{3}$; г) $ctg\ t = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 2.

1. а) 115^c; б) 220^c; в) 370^c; г) 820^o.
2. а) $\frac{7\pi}{3}$; б) $\frac{6\pi}{5}$; в) $\frac{46\pi}{9}$; г) $\frac{7\pi}{12}$.
3. а) $\sin(\pi+t)$; б) $\cos(90°+t)$; в) $tg\,(\frac{3\pi}{2}\text{-}t)$;

г) $ctg\,(360°-t)$; д) $\frac{\sin(\pi+t)\cdot\sin(2\pi+t)}{tg(\pi+t)\cdot\cos(\frac{3\pi}{2}+t)}$; е) $\frac{\sin^2(\pi\text{-}t)+\sin^2(\frac{\pi}{2}\text{-}t)}{\sin(\pi\text{-}t)}\cdot tg(\pi\text{-}t)$.

4. а) $\sin t=1$; б) $\cos t=-2$; в) $tg\ t=\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $ctg\ t=\sqrt{3}$.

Вариант 3.

1. а) 110^c; б) 240^c; в) 345^c; г) 790^o.
2. а) $\frac{9\pi}{2}$; б) $\frac{7\pi}{8}$; в) $\frac{11\pi}{5}$; г) $\frac{11\pi}{12}$.
3. а) $\sin(90°-t)$; б) $\cos(\pi\text{-}t)$; в) $tg\,(360°+t)$;

г) $ctg\,\left(\frac{3\pi}{2}+t\right)$; д) $\frac{\sin(2\pi\text{-}t)\cdot ctg(2\pi\text{-}t)}{tg(180°+t)\cdot\cos(360°-t)}$; е) $\frac{\cos(\pi+t)\cdot\cos(360°-t)}{\sin(2\pi\text{-}t)\cdot\sin(\frac{\pi}{2}+t)}$.

4. а) $\sin t=5$; б) $\cos t=1$; в) $tg\ t=\text{-}\sqrt{3}$; г) $ctg\ t=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Контрольные вопросы:

1. Основные тригонометрические тождества.
2. План работы с формулами приведения.
3. Формула перехода из радиан в градусы.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 19
СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ $cos\ x$ и $sinx$

Цель:

- проверить знание понятий функция, монотонность, четность и нечетность, периодическая функция;
- формирование умения строить графики функций $sin\,x$ и $cosx$.

Вариант 1.

1. Построить график функций: a) $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-1$; b) $y=\cos\left(x\text{-}\frac{\pi}{2}\right)\text{-}\frac{1}{2}$;

c) $y=-3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

2. Решить графически уравнения: a)$\text{-}\cos x=3x-1$; b) $\sin x=\frac{2}{\pi}x$.
3. Найти значение функции: a) $y=\text{-}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ при $x=\text{-}\frac{\pi}{2}$;

b) $y=\cos x\,\text{-}x^2$ при $x=\text{-}\frac{\pi}{3}$.

4. Найдите основной период функции $y=\cos\frac{3x}{4}$.

Вариант 2.

1. Построить график функций: a) $y=\sin(x\text{-}\pi)+2.5$;

b) $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-3$; c) $y=2\sin\left(3x\text{-}\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решить графически уравнения: a)$\cos x=2x+1$;b) $\sin x=2x$.

3. Найти значение функции: a) $y = 2\sin\left(x\text{-}\frac{\pi}{6}\right) + 1$ при $x = \frac{4\pi}{3}$;
b) $y = \cos x$ -x^2 при $x = \pi$.
4. Найдите основной период функции $y = \cos 3x$.

Вариант 3.

1. Построить график функций: a) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$;
b) $y = \cos\left(x\text{-}\frac{\pi}{3}\right) + 2$; c) $y = \text{-}\frac{3}{2}\cos\left(\frac{x}{2}\text{-}\frac{\pi}{3}\right)$.
2. Решить графически уравнения: a) $\cos x = \text{-}x + \frac{\pi}{2}$; b) $\sin x = x^2 + 1$.
3. Найти значение функции: a) $y = \text{-}\sin(x + \frac{\pi}{4})$ при $x = \text{-}\frac{15\pi}{4}$;
b) $y = \frac{1}{\cos x}$ при $x = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найдите основной период функции $y = \sin 2x$.

Вариант 4.

1. Построить график функций: a) $y = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}$;
b) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$; c) $y = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$.
2. Решить графически уравнения: a) $\cos x = x + \frac{\pi}{2}$; b) $\sin x = 2x\text{-}2\pi$.
3. Найти значение функции: a) $y = 2\sin\left(x\text{-}\frac{\pi}{6}\right) + 1$ при $x = \frac{7\pi}{6}$;
b) $y = \frac{1}{\cos x}$ при $x = \frac{11\pi}{6}$.
4. Найдите основной период функции $y = \sin\frac{x}{2}$.

Контрольные вопросы:

1. Суть графического способа решения уравнений.
2. График функции y=cos x.
3. График функции y=sin x.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 20
СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ $\boldsymbol{tg\,x}$ и $\boldsymbol{ctgx}$

Цель:

- проверить знание понятий функция, монотонность, четность и нечетность, периодическая функция;
- формирование умения строить графики функций $\boldsymbol{tg\,x}$ и $\boldsymbol{ctgx}$.

Вариант 1.

1. Построить график функций: a) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; b) $y = \operatorname{tg}\left(x\text{-}\frac{\pi}{2}\right) + 1$;
c) $y = \operatorname{ctg} x - 2$.
2. Решить графически уравнения: a) $\operatorname{tg} x = \text{-}\sqrt{3}$; b) $\operatorname{ctg} x = 1$.

Вариант 2.

1. Построить график функций: a) $y = \operatorname{tg}\left(x\text{-}\frac{\pi}{4}\right)$; b) $y = \operatorname{tg}\left(x\text{-}\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}$;

c) $y = \operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{2})$.

2. Решить графически уравнения: a)$\operatorname{tg} x = -1$;b) $\operatorname{ctg} x = 0$.

Вариант 3.

1. Построить график функций: а) $y = -\operatorname{tg} x + 1$; b) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$;
c) $y = \operatorname{ctg} x + 1$.

2. Решить графически уравнения: a)$\operatorname{tg} x = 1$;b) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 4.

1. Построить график функций: а) $y = -\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$; b) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$;
c) $y = \operatorname{ctg}(x-\frac{\pi}{3})$.

2. Решить графически уравнения: a)$\operatorname{tg} x = 0$;b) $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Контрольные вопросы:

1. Суть графического способа решения уравнений.
2. График функции y=tg x.
3. График функции y=ctg x.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 21
МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель:

- закрепить знания об обратных тригонометрических функциях;
- сформировать умения решения тригонометрических уравнений;
- развить навыки преобразования тригонометрических выражений.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Решите уравнения.

Вариант 1.

а) $2\cos(2\pi + t) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = 3$; б) $2\sin x-1 = 0$; в) $\cos 4x = 0$;
г) $4sin^2 x + 11\sin x-3 = 0$; д) $(1 + \cos x)\left(\sqrt{2}\sin x -1\right) = 0$;
е) $\sin x-3\cos x = 0$; ж) $\sin^2 x + 2\sin x\cos x-3\cos^2 x = 0$.

Вариант 2.

а) $2\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \sin(\pi + t) = 3$; б) $2\sin x + \sqrt{2} = 0$; в) $\cos\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$;
г) $3sin^2 2x + 10\sin 2x + 3 = 0$; д) $\left(\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$;
е) $4\sin 3x + \cos^2 3x = 4$; ж) $\sin^2 x-4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$.

Вариант 3.

а) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right) + 2\sin(\pi + t) = -\frac{1}{2}$; б) $\sqrt{3}tg\, x-1 = 0$ в) $\sin(-\frac{x}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
г) $3tg^2 x + 2tg\, x-1 = 0$;д) $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)(\sin x + 1) = 0$;
е) $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) + \cos(\frac{\pi}{2}- 2x) = 0$; ж) $3\sin^2 x + \sin x\cos x-2\cos^2 x = 0$.

Вариант 4.

а) $3\sin\left(\frac{\pi}{2}+t\right)-\cos(2\pi+t)=1$; б) $tg\,x+\sqrt{3}=0$ в) $\cos(-2x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $2cos^2\frac{x}{2}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}=0$; д) $ctg^2 2x-6\,ctg\,2x+5=0$;

е) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)-3\cos(\pi-\frac{x}{2})=0$; ж) $\sin^2 x+\sin x\cos x-2\cos^2 x=0$.

Контрольные вопросы:

1. Основные тригонометрические тождества.
2. Знаки тригонометрических функций по четвертям.
3. План работы с формулами приведения.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 22
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Цель:

- проверить знание аксиом стереометрии и их следствий и уровень сформированности навыка их применения при решении задач;
- рассмотреть основные свойства плоскости.

Вариант 1.

1. В каком случае три точки в пространстве не определяют положение плоскости, проходящей через эти точки?

2. Каково взаимное положение прямых:1) AD_1 и MN;2) AD_1 и BC_1;3) MN и DC?*(Рис.1)*

3. По рисунку 2 ответьте на вопросы:

а) каким плоскостям принадлежат точки A, M, K, D, P?

б) каким плоскостям не принадлежат точки M, K, A, P, D?

4. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. $M \in AB$. (Рис.3) Постройте:

а) точку пересечения прямой A_1M и плоскости (BB_1C_1);

б) линию пересечения плоскостей (A_1MC_1) и (BB_1C_1)

5. Могут ли прямая и плоскость иметь только одну общую точку?

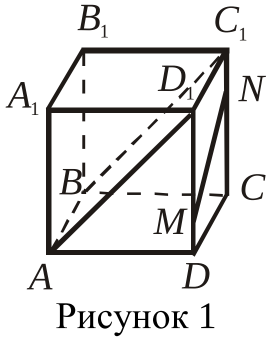

Рисунок 1

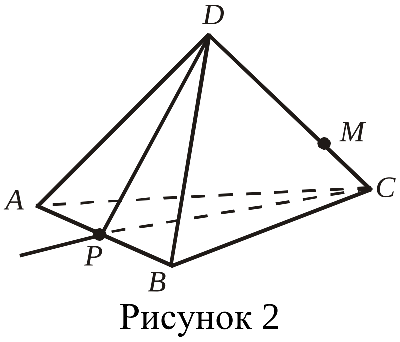

Рисунок 2

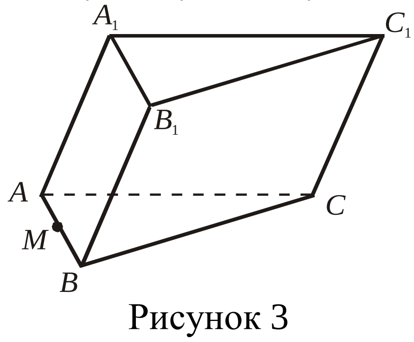

Рисунок 3

Вариант 2.

1. Что можно сказать о взаимном положении двух плоскостей?

2. Каково взаимное положение прямых:

1) A_1D и MN; 2) A_1D и B_1C; 3) MN и A_1B_1? *(Рис.1)*

3. Постройте (Рис.2):

а) точки пересечения прямой EF с плоскостями (ABC).

б) линию пересечения плоскостей (EFK) и (ABC);

4. Постройте изображение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (Рис.3)

а) назовите плоскости, в которых лежат точка M, точка N;

б) найдите точку F – точку пересечения прямых MN и BC.

5. Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

а) если $A \in a$, $a \in \alpha$, то $A ... \alpha$.

б) если $A \in \alpha$, $B \notin \alpha$, то $AB ... \alpha$.

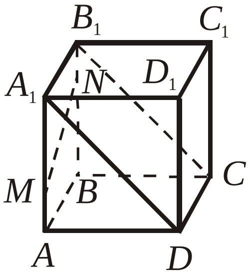

Рисунок 1

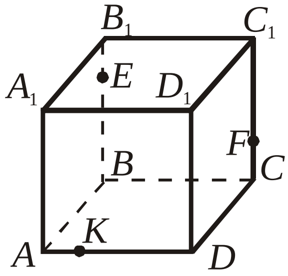

Рисунок 2

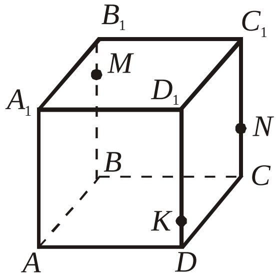

Рисунок 3

Вариант 3.

1. Прямые a и b скрещиваются с прямой c. Могут ли прямые a и b пересекаться?

2. Постройте (Рис.1) сечение многогранника плоскостью (EFK).

3. По чертежу назовите: (Рис.2)

а) линию пересечения плоскостей (ABC) и (AA_1B_1);

б) плоскости, которым принадлежат точка M, точка B;

в) плоскость, в которой лежит прямая MN; прямая KN.

4. Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение:

а) если $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $C \in AB$, то $C ... \alpha$.

б) если $M \in \alpha$, $M \in \beta$, $\alpha \cap \beta = a$, то $M ... a$.

5. По рисунку 3 ответьте на вопросы:

а) каким плоскостям принадлежат прямые DB, DK, AB, PC, AC?

б) в какой точке пересекаются прямая AD и плоскость (ABC);

BD и (ADC); DK и (ABC); AB и (PDC)?

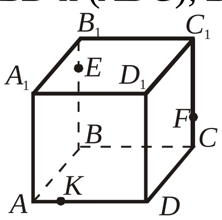

Рисунок 1

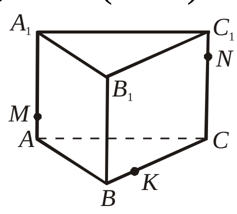

Рисунок 2

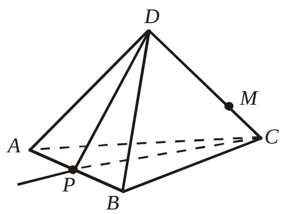

Рисунок 3

Вариант 4.

1. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – треугольная призма. $M \in AB$. (Рис.1) Постройте:

а) линию пересечения плоскостей (A_1MC_1) и (ABC);

б) сечение призмы плоскостью (A_1MC_1).

2. Ответьте на вопросы:

а) можно ли провести плоскость через четыре произвольные точки пространства?

б) можно ли через точку пересечения двух прямых провести третью прямую, не лежащую с ними в одной плоскости?

3. По рисунку 2 ответьте на вопрос. По какой прямой пересекаются плоскости (ABD) и (BDC); (ABC) и (ADC); (ABC) и (ABD); (ABD) и (ADC); (PDC) и (ABC)?

4. Могут ли две различные плоскости иметь только одну общую точку?

5. Постройте: (Рис.3) а) точку пересечения прямой MN и плоскости (ABC); б) точку пересечения прямой MN и плоскости ($A_1B_1C_1$).

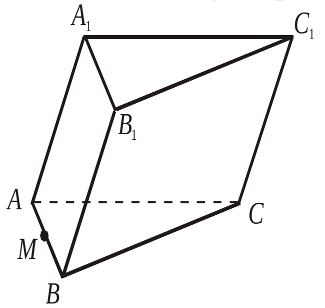

Рисунок 1

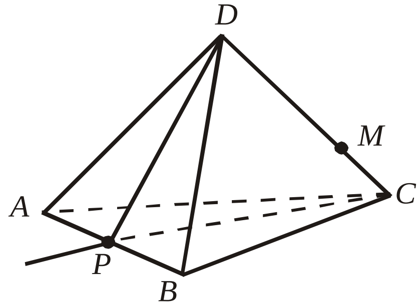

Рисунок 2

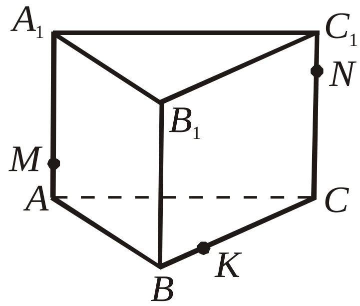

Рисунок 3

Контрольные вопросы:

1. Аксиомы стереометрии.
2. Взаимное расположение прямых в пространстве.
3. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №23
ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ В ВЕКТОРНОЙ ФОРМЕ

Цель:

- закрепить понятие вектора в пространстве, правила сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число.
- сформировать навык действий над векторами в пространстве.

Вариант 1.

1. Дан тетраэдр АВСД. (Рис. 1) Найдите сумму:

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\text{ВД}} + \overrightarrow{\text{ДС}}$ б) $\overrightarrow{\text{АД}} + \overrightarrow{\text{ДС}} + \overrightarrow{\text{СВ}}$ в) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\text{С}} + \overrightarrow{\text{СД}} + \overrightarrow{\text{ДА}}$

2. Согласны ли вы, что любые два противоположно-направленных вектора коллинеарны?

3. Верно ли, что любые два равных ненулевых вектора коллинеарны?

4. Найдите векторы, начало или конец которых являются вершинами параллелепипеда (Рис. 2) сонаправленные вектору $\overrightarrow{AO}$.

5. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Изобразите векторы, равные:

1) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{D_1A_1}$; 2) $\overrightarrow{D_1C_1} - \overrightarrow{A_1B}$.

6. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 2. Найдите: $\left|\overrightarrow{DC_1} - \overrightarrow{DA_1}\right|$.

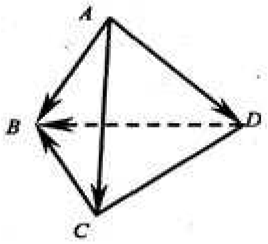

Рисунок 1

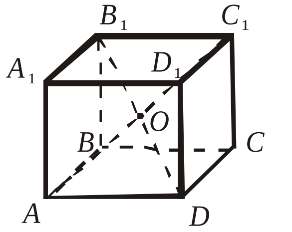

Рисунок 2

Вариант 2.

1. На рисунке 1 изображен параллелепипед АВСДА1В1С1Д1. Назовите вектор, начало и конец которого является вершинами параллелепипед, равный сумме векторов:

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{А_1Д_1}$; б) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{АД_1}$; в) $\overrightarrow{ДA} + \overrightarrow{В_1В}$; г)$\overrightarrow{ДД_1} + \overrightarrow{ДВ}$; д) $\overrightarrow{ДВ_1} + \overrightarrow{ВС}$.

2. Можно ли считать, что нулевой вектор может быть коллинеарен любому вектору?

3. Справедливо ли утверждение: Любые два сонаправленных вектора равны?

4. Найдите векторы (рис.2), начало или конец которых являются вершинами параллелепипеда противоположно направленные вектору $\overrightarrow{AB}$.

5. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Изобразите векторы, равные:

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$; 2) $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB_1}$.

6. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найдите: $\left|\overrightarrow{DC_1} - \overrightarrow{DA_1}\right|$.

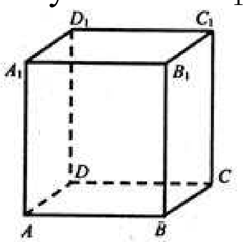

Рисунок 1

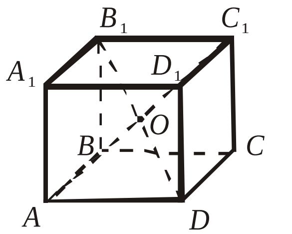

Рисунок 2

Контрольные вопросы:

1. Что такое вектор?
2. Что такое длина вектора?
3. Правило сложения векторов в пространстве.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 24
ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ В КООРДИНАТНОЙ ФОРМЕ

Цель:

- закрепить понятие координаты вектора в пространстве, правила нахождения координат вектора.

- сформировать навык вычисления длины вектора, расстояния между точками в пространстве.

Вариант 1.

1. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$, если $\vec{a}\{-1; 2; 0\}, \vec{b}\{0; -5; -2\}, \vec{c}\{2; 1; -3\}$.
2. Найдите расстояние от точки (1,2,-3) до координатных плоскостей.
3. Даны точки: A(0,2,-3), B(4,-1,2), C(3,5,0), Д(2,-6,0), E(3,0,2) и R(-4,1,1). Найдите:

a) Координаты векторов $\overrightarrow{A\text{С}}, \overrightarrow{\text{ВД}}, \overrightarrow{\text{ДС}}$.

b) Координаты середины отрезков BE, RC, ДВ.

4. Даны точки A(2,0,1), B(3,2,2) и C(2,3,6). Найдите расстояние от начала координат до точки пересечения медианы BE треугольника ABC с его стороной.
5. Найдите длину векторов $\vec{a}\{1; -2; 0\}, \vec{b}\{0; 8; -2\}, \vec{c}\{2; 10; -3\}$.
6. В параллелепипеде АВСДА1В1С1Д1 укажите компланарны ли следующие векторы:

a) $\overrightarrow{BB1}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A\text{Д}1}$.

b) $\overrightarrow{BB1}, \overrightarrow{A\text{Д}1}, \overrightarrow{A\text{Д}}$.

Вариант 2.

1. Найдите координаты вектора $\vec{p} = -2\vec{b} + \vec{a} + \overrightarrow{3c}$, если $\vec{a}\{-1; 2; 0\}, \vec{b}\{0; -5; -2\}, \vec{c}\{2; 1; -3\}$.
2. Найдите расстояние от точки (1,2,-3) до осей координат.
3. Даны точки: A(0,1,-1), B(1,-1,2), C(3,1,0), Д(2,-3,1), E(1,0,2) и R(-1,1,1). Найдите:

a) Координаты векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{\text{ВД}}, \overrightarrow{\text{ДС}}$.

b) Координаты середины отрезков AE, RC,ДВ.

4. Даны точки A(2,0,1), B(3,2,2) и C(2,3,6). Найдите расстояние от начала координат до точки пересечения медианы AE треугольника ABC с его стороной.
5. Найдите длину векторов $\vec{a}\{-1; 2; 0\}, \vec{b}\{0; -5; -2\}, \vec{c}\{2; 1; -3\}$.
6. В параллелепипеде RECTR1E1C1T1 укажите компланарны ли следующие векторы:

a) $\overrightarrow{EE1}, \overrightarrow{RC}, \overrightarrow{AT1}$.

b) $\overrightarrow{EE1}, \overrightarrow{RT1}, \overrightarrow{RT}$.

Вариант 3.

1. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 4\vec{b} + 3\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{c}$, если $\vec{a}\{-1; 2; 0\}, \vec{b}\{0; -5; -2\}, \vec{c}\{2; 1; -3\}$.
2. Найдите расстояние от точки (1,2,-3) до начала координат, оси Ox и координатной плоскости Oyz.
3. Даны точки: A(0,1,-1), B(1,-1,2), C(3,1,0), Д(2,-3,1), E(1,0,2) и R(-1,1,1). Найдите:

a) Координаты векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ВД}, \overrightarrow{ДС}$.

b) Координаты середины отрезков AE, RC,ДВ.

4. Даны точки A(2,0,1), B(3,2,2) и C(2,3,6). Найдите расстояние от начала координат до точки пересечения медианы CE треугольника ABC с его стороной.

5. Найдите длину векторов $\vec{a}\{3;2;-4\}, \vec{b}\{0;-6;-1\}, \vec{c}\{-2;9;-3\}$.

6. В параллелепипеде ZSPOZ1S1P1O1 укажите компланарны ли следующие векторы:

a) $\overrightarrow{SS1}, \overrightarrow{ZP}, \overrightarrow{ZO1}$.

b) $\overrightarrow{SS1}, \overrightarrow{ZO1}, \overrightarrow{ZO}$.

Контрольные вопросы:

1. Формула вычисления длины вектора по его координатам.
2. Формула вычисления координат вектора по координатам точек конца и начала вектора.
3. Что такое вектор?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 25
ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ И КОЛЛИНЕАРНОСТЬ

Цель:

- закрепить понятие ортогональность и коллинеарность векторов в пространстве.
- сформировать навык вычисления скалярного произведения векторов в пространстве.

Вариант 1.

1. Даны точки: A(1,20,-3), B(-14,1,3), C(8,5,3), Д(-2,-6,0), E(3,-10,2) и R(4,1,1). Вычислите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AC}*\overrightarrow{ВД}, \overrightarrow{ДС}*\overrightarrow{RC}, \overrightarrow{EД}*\overrightarrow{ДR}$.

2. Коллинеарны ли векторы:

a) $\vec{a}\{-5;3;-1\}$ и $\vec{b}\{6;-10;-2\}$;

b) $\vec{a}\{-2;3;7\}$ и $\vec{b}\{-1;1,5;3,5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{3};\frac{5}{9};-1\right\}$ и $\vec{b}\{6;-5;9\}$;

d) $\vec{a}\{0,7;-1,2;-5,2\}$ и $\vec{b}\{-2,8;4,8;-20,8\}$.

3. Ортогональны ли векторы:

a) $\vec{a}\{5,5;3;-11\}$ и $\vec{b}\{-4;0;-2\}$;

b) $\vec{a}\{9;3;-7\}$ и $\vec{b}\{3;15;3,5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{9};\frac{7}{9};-4\right\}$ и $\vec{b}\{9;-9;14\}$;

d) $\vec{a}\{0,5;0,2;0\}$ и $\vec{b}\{16;-0,24;-26\}$

4. Постройте куб OPKNO1P1K1N1 укажите коллинеарные (сонаправленные, противоположно направленные), ортогональные векторы среди следующих $\overrightarrow{PP1}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OK1}, \overrightarrow{N1N}, \overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OK}, \overrightarrow{K1N1}$.

Вариант 2.

1. Даны точки: A(0,2,-3), B(4,-1,2), C(3,5,0), Д(2,-6,0), E(3,0,2) и R(-4,1,1). Вычислите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AC}$*$\overrightarrow{ВД}$, $\overrightarrow{ДС}$*$\overrightarrow{RC}$, $\overrightarrow{EД}$*$\overrightarrow{ДR}$.
2. Коллинеарны ли векторы:

a) $\vec{a}\{8; 3; -11\}$ и $\vec{b}\{7; 0; -2\}$;

b) $\vec{a}\{-4; 3; 7\}$ и $\vec{b}\{-2; 1{,}5; 3{,}5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{7}; \frac{7}{9}; -2\right\}$ и $\vec{b}\{2; -9; 14\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}3; -1{,}4; -5{,}2\}$ и $\vec{b}\{1{,}5; -7; -26\}$.

3. Ортогональны ли векторы:

a) $\vec{a}\{8; 3; -28\}$ и $\vec{b}\{7; 0; 2\}$;

b) $\vec{a}\{-4; 3; 7\}$ и $\vec{b}\{-2; 1{,}5; 3{,}5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{7}; \frac{7}{9}; -2\right\}$ и $\vec{b}\{7; -9; 4{,}5\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}3; -9; 0\}$ и $\vec{b}\left\{1{,}5; \frac{1}{20}; -26\right\}$.

4. Постройте куб АВСДА1В1С1Д1 укажите коллинеарные (сонаправленные, противоположно направленные), ортогональные векторы среди следующих $\overrightarrow{BB1}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AД1}, \overrightarrow{C1C}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AД}, \overrightarrow{Д1C1}$.

Вариант 3.

1. Даны точки: A(0,3,-3), B(-4,-1,-2), C(9,5,10), Д(-2,-6,7), E(4,0,2) и R(4,5,1). Вычислите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AC}$*$\overrightarrow{ВД}$, $\overrightarrow{ДС}$*$\overrightarrow{RC}$, $\overrightarrow{EД}$*$\overrightarrow{ДR}$.
2. Коллинеарны ли векторы:

a) $\vec{a}\{2; 3; 10\}$ и $\vec{b}\{3; 4{,}5; 15\}$;

b) $\vec{a}\{8; -3; 2\}$ и $\vec{b}\{-4; 5; -5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{4}{9}; \frac{7}{27}; -1\right\}$ и $\vec{b}\{12; -7; 27\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}5; 2{,}2; -5{,}4\}$ и $\vec{b}\{2{,}8; 5{,}5; -20{,}8\}$.

3. Ортогональны ли векторы:

a) $\vec{a}\{2; 3; 10\}$ и $\vec{b}\{3; 4{,}5; 15\}$;

b) $\vec{a}\{8; -3; 2\}$ и $\vec{b}\{-4; 5; -5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{4}{9}; \frac{7}{27}; -1\right\}$ и $\vec{b}\{12; -7; 27\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}5; 2{,}2; -5{,}4\}$ и $\vec{b}\{2{,}8; 5{,}5; -20{,}8\}$.

4. Постройте куб RTEHR1T1E1H1 укажите коллинеарные (сонаправленные, противоположно направленные), ортогональные векторы среди следующих $\overrightarrow{RR1}, \overrightarrow{TE}, \overrightarrow{RH1}, \overrightarrow{E1E}, \overrightarrow{RT}, \overrightarrow{RH}, \overrightarrow{H1E1}$.

Контрольные вопросы:

1. Какие векторы называют ортогональными?
2. Какие векторы называют коллинеарными?
3. Что такое скалярное произведение векторов?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 26
ВЕКТОРНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ

Цель:

- закрепить понятие угол между векторами, направляющий вектор, длинна вектора, скалярное произведение векторов в пространстве.
- сформировать навык вычисления угла между векторами, между двумя прямыми и между прямой и плоскостью с помощью скалярного произведения векторов в пространстве.

Вариант 1.

1. Даны точки: А(3;-2;4), В(4;-1;2), С(6;-3;2), Д(7;-3;1). Вычислите угол между прямыми АВ и СД.
2. Вычислите угол между векторами:

e) $\vec{a}\{-5;3;-1\}$ и $\vec{b}\{6;-10;-2\}$;

f) $\vec{a}\{2;-2;0\}$ и $\vec{b}\{3;0;-3\}$;

g) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{3};\frac{5}{9};-1\right\}$ и $\vec{b}\{6;-5;9\}$;

h) $\vec{a}\{0{,}7;-1{,}2;-5{,}2\}$ и $\vec{b}\{-2{,}8;4{,}8;20{,}8\}$.

3. Постройте куб $OPKNO_1P_1K_1N_1$. Вычислите угол между векторами: $\overrightarrow{OO_1}$ и $\overrightarrow{OK_1}$; $\overrightarrow{OP}$ и $\overrightarrow{KN}$; $\overrightarrow{PK}$ и $\overrightarrow{OK}$.
4. Даны точки А(0;1;2), В($\sqrt{2}$;1;2), С($\sqrt{2}$;2;1), Д(0;2;1). Докажите, что АВСД – квадрат.
5. Найти угол между прямой и плоскостью, если $\vec{a}\{-5;3;1\}$ направляющий вектор прямой и $\vec{c}\{2;3;1\}$ не нулевой вектор перпендикулярный к плоскости.

Вариант 2.

1. Даны точки: А(5;-8;-1), В(6;-8;-2), С(7;-5;-11), Д(7;-7;-9). Вычислите угол между прямыми АВ и СД.
2. Вычислите угол между векторами:

a) $\vec{a}\{2;3;10\}$ и $\vec{b}\{3;4{,}5;15\}$;

b) $\vec{a}\{8;-3;2\}$ и $\vec{b}\{-4;5;-5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{4}{9};\frac{7}{27};-1\right\}$ и $\vec{b}\{12;-7;27\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}5;2{,}2;-5{,}4\}$ и $\vec{b}\{2{,}8;5{,}5;-20{,}8\}$.

3. Постройте куб $OPKNO_1P_1K_1N_1$. Вычислите угол между векторами: $\overrightarrow{PP_1}$ и $\overrightarrow{P_1K}$; $\overrightarrow{OO_1}$ и $\overrightarrow{K_1K}$; $\overrightarrow{NO}$ и $\overrightarrow{P_1N_1}$.
4. Даны точки А(0;1;2), В($\sqrt{2}$;1;2), С($\sqrt{2}$;2;1), Д(0;2;1). Докажите, что АВСД – квадрат.
5. Найти угол между прямой и плоскостью, если $\vec{a}\{4;6;2\}$ направляющий вектор прямой и $\vec{c}\{2;3;1\}$ не нулевой вектор перпендикулярный к плоскости.

Вариант 3.

1. Даны точки: А(1;0;2), В(2;1;0), С(0;-2;-4), Д(-2;-4;0). Вычислите угол между прямыми АВ и СД.

2. Вычислите угол между векторами:

a) $\vec{a}\{8; 3; -11\}$ и $\vec{b}\{7; 0; -2\}$;

b) $\vec{a}\{-4; 3; 7\}$ и $\vec{b}\{-2; 1{,}5; 3{,}5\}$;

c) $\vec{a}\left\{-\frac{2}{7}; \frac{7}{9}; -2\right\}$ и $\vec{b}\{2; -9; 14\}$;

d) $\vec{a}\{0{,}3; -1{,}4; -5{,}2\}$ и $\vec{b}\{1{,}5; -7; -26\}$.

3. Постройте куб $OPKNO_1P_1K_1N_1$. Вычислите угол между векторами: $\overrightarrow{PO_1}$ и $\overrightarrow{OK}$; $\overrightarrow{NP}$ и $\overrightarrow{KN}$; $\overrightarrow{PK}$ и $\overrightarrow{NK}$.

4. Даны точки А(0;1;2), В($\sqrt{2}$;1;2), С($\sqrt{2}$;2;1), Д(0;2;1). Докажите, что АВСД – квадрат.

5. Найти угол между прямой и плоскостью, если $\vec{a}\{\sqrt{2}; 1; -1\}$ направляющий вектор прямой и $\vec{c}\{1; 0; 0\}$ не нулевой вектор перпендикулярный к плоскости.

Контрольные вопросы:

1. Если два вектора коллинеарные и сонаправленные, то чему равен угол между ними?.

2. Если угол между векторами равен 90^0, то как взаимно располагаются эти векторы?

3. Что такое вектор?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 27
ПРИЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Цель:

- закрепить понятие векторного произведения в пространстве.
- сформировать навык вычисления векторного произведения векторов в пространстве.
- развивать умения применять знания о векторном произведении для вычисления площади параллелограмма и треугольника.

Вариант 1.

1. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если α угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

a) $\vec{a}\{5; 3; \sqrt{2}\}$, $\vec{b}\{2; -1; -2\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{6}$;

b) $\vec{a}\{1; -1; 0\}$, $\vec{b}\{3; -4; 0\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{4}$;

c) $\vec{a}\{1; 4; \sqrt{10}\}$, $\vec{b}\{-15; 5; \sqrt{6}\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

2. Даны точки: А(1;20;-3), В(-14;1;3), С(8;5;3), Д(-2;-6;0), Е(3;-10;2) и R(4;1;1). Вычислите векторное произведение векторов: $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BД}$, $\overrightarrow{ДC}\times\overrightarrow{RC}$, $\overrightarrow{EД}\times\overrightarrow{ДR}$.

3. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{i}$-$\vec{k}$-$\vec{j}$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны и их длины равны соответственно 2 и 5. Найдите длину векторного произведения $(4\vec{a}$-$\vec{b})\times(\vec{a} + 2\vec{b})$.

5. В прямоугольной декартовой системе координат дан параллелограмм *ABCD*, А(1;-2;-3), В(5;1;3), Д(-2;-6;0). Используя векторное произведение, определите площадь треугольника *ABD* и площадь параллелограмма *ABCD*.

Вариант 2.

1. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если α угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

a) $\vec{a}\{5;-3;7\}, \vec{b}\{2;11;-2\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{6}$;

b) $\vec{a}\{1;\sqrt{2};3\}, \vec{b}\{3;-4;5\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{3}$;

c) $\vec{a}\{1;4;-6\}, \vec{b}\{-5;5;1\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

2. Даны точки: А(1;2;3), В(4;-1;3), С(3;-5;3), Д(2;6;-1), Е(4;10;5) и R(4;-1;-1). Вычислите векторное произведение векторов: $\overrightarrow{AС}\times\overrightarrow{ВД}$, $\overrightarrow{ДС}\times\overrightarrow{RС}$, $\overrightarrow{EД}\times\overrightarrow{ДR}$.

3. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{i}$-$\vec{k}$ и $\vec{i}+\vec{k}+\vec{j}$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны и их длины равны соответственно 3 и 4. Найдите длину векторного произведения $(5\vec{a}$-$\vec{b})\times(\overrightarrow{3a}+2\vec{b})$.

5. В прямоугольной декартовой системе координат дан параллелограмм *ABCD*, А(1;6;3), В(6;2;-3), Д(2;1;3). Используя векторное произведение, определите площадь треугольника *ABD* и площадь параллелограмма *ABCD*.

Вариант 3.

1. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если α угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

a) $\vec{a}\{-20;11;\sqrt{55}\}, \vec{b}\{3;-1;-2\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{6}$;

b) $\vec{a}\{1;-1;4\}, \vec{b}\{3;-4;5\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{4}$;

c) $\vec{a}\{1;4;0.2\}, \vec{b}\{-8;5;2\}$ и $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

2. Даны точки: А(1;5;-3), В(-9;1;3), С(7;2;-3), Д(-11;-6;0), Е(3;0;2) и R(4;6;1). Вычислите векторное произведение векторов: $\overrightarrow{AС}\times\overrightarrow{ВД}$, $\overrightarrow{ДС}\times\overrightarrow{RС}$, $\overrightarrow{EД}\times\overrightarrow{ДR}$.

3. Найдите длину векторного произведения векторов $\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{i}+\vec{k}+\vec{j}$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны и их длины равны соответственно 3 и 7. Найдите длину векторного произведения $(3\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-4\vec{b})$.

5. В прямоугольной декартовой системе координат дан параллелограмм *ABCD*, А(1;2;5), В(-5;1;4), Д(2;4;1). Используя векторное произведение, определите площадь треугольника *ABD* и площадь параллелограмма *ABCD*.

Контрольные вопросы:

1. Что такое векторное произведение?
2. Что такое определитель?
3. Какую тройку векторов называют правой?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 28
ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Цель:

- закрепить понятие числовая последовательность, предел последовательности, окрестность точки;
- развить умения применять знания о свойствах числовой последовательности для нахождения предела;
- сформировать навык вычисления предела последовательности.

Вариант 1.

1. Составить формулу n-го члена последовательности по первым пяти её членам:

$a)$ $10,9,8,7,6,\ldots$; b) $3,9,27,81,243,\ldots$; c) $\frac{3}{4},\frac{5}{6},\frac{7}{8},\frac{9}{10},\frac{11}{12},\cdots$.

2. Определите, является ли последовательность (x_n) монотонной, ограниченной и постройте график:

a) $x_n = n^3$; b) $x_n\colon 5,-5,5,-5,\ldots,(-1)^{n-1}\cdot 5,\ldots$.

3. Напишите первые пять членов последовательности:

a) $y_n = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot\ldots\cdot 2n}$; b) $x_1 = 2, x_n = nx_{n-1}$.

4. Окрестностью какой точки и какого радиуса является интервал (2,1;2,3).

5. Вычислите $\lim\limits_{x\to\infty} x_n$, если:

a) $x_n = \frac{-17}{n^3}$; b) $x_n = \frac{1}{n} + \frac{3}{\sqrt{n}} - 4 + \frac{7}{n^2}$; c) $x_n = \frac{1+2n+n^2}{n^2}$.

Вариант 2.

1. Составить формулу n-го члена последовательности по первым пяти её членам:

$a)$ $3,6,9,12,15,\ldots$; b) $2,9,28,65,126,\ldots$; c) $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6},\cdots$.

2. Определите, является ли последовательность (x_n) монотонной, ограниченной и постройте график:

a) $x_n = 5^{-n}$; b) $x_n\colon \frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\cdots$.

3. Напишите первые пять членов последовательности:

a) $y_n = n^2 + 8$; b) $x_1 = 4, x_n = x_{n-1} - 3$.

4. Запишите окрестность точки $a = 0.5$ радиуса $r = \frac{4}{5}$ в виде интервала.

5. Вычислите $\lim\limits_{x\to\infty} x_n$, если: a) $x_n = \frac{1}{2}\cdot 5^{-n}$; b) $x_n = \frac{3}{n} + \frac{7}{n^2} - \frac{5}{n^3} + \frac{13}{n^4}$; c) $x_n = \frac{7n-5}{n+2}$.

Вариант 3.

1. Составить формулу n-го члена последовательности по первым пяти её членам:

$a)$ $5,6,7,8,9,\ldots$; b) $-1,-2,-3,-4,-5,\ldots$; c) $1,\frac{1}{8},\frac{1}{27},\frac{1}{64},\frac{1}{125},\cdots$.

2. Определите, является ли последовательность (x_n) монотонной, ограниченной и постройте график:

a) $x_n = 3n + 2$;b) $x_n: \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \cdots$.

3. Напишите первые пять членов последовательности:

a) $y_n = \frac{n!}{n^3+1}$;b) $x_1 = 2, x_n = x_{n-1} + 10$.

4. Запишите окрестность точки $a = 5$ радиуса $r = 0.3$ в виде интервала.

5. Вычислите $\lim\limits_{x\to\infty} x_n$, если: a) $x_n = \frac{-15}{n^2}$;b)$x_n = 6 - \frac{7}{n^2}$-$\frac{3}{n}$-$\frac{3}{\sqrt{n}}$; c)$x_n = \frac{2n^2-1}{n^2}$.

Вариант 4.

1. Составить формулу n-го члена последовательности по первым пяти её членам:

$a)$ 6,12,18,24,30, …; b) 4,8,12,16,20, …; c)$\frac{1}{3\cdot 5}, \frac{1}{5\cdot 7}, \frac{1}{7\cdot 9}, \frac{1}{9\cdot 11}, \frac{1}{11\cdot 13}, \cdots$.

2. Определите, является ли последовательность (x_n) монотонной, ограниченной и постройте график:

a) $x_n = \frac{1}{7^{5-n}}$;b) $x_n: 5,4,3,2,1, \dots, 6 - n, \dots$.

3. Напишите первые пять членов последовательности:

a) $y_n = \frac{(-1)^n}{10^n}$;b) $x_1 = -5, x_n =$ -$\frac{1}{2} x_{n-1}$.

4. Окрестностью какой точки и какого радиуса является интервал (-0.3;0.3).

5. Вычислите $\lim\limits_{x\to\infty} x_n$, если: a) $x_n = \frac{3}{\sqrt{n}}$;b)$x_n = \frac{7}{n} + \frac{8}{\sqrt{n}} + \frac{9}{n^3}$; c)$x_n = \frac{1+2n}{3n-1}$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое числовая последовательность?
2. Способы задания числовой последовательности
3. Основные формулы вычисления пределов числовых последовательностей.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 29
МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ В ТОЧКЕ

Цель:

- закрепить понятие предел функции в точке.
- сформировать навык вычисления предела функций.

Вариант 1.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)$ $\lim\limits_{x\to -1} g(x) = 2$; b)$\lim\limits_{x\to 2} g(x) = -3$; c) $\lim\limits_{x\to -7} g(x) = -4$.

2. Вычислите: $a)$ $\lim\limits_{x\to 1}(x^2$-$3x + 5)$; b)$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{2x+3}{4x+2}$; c)$\lim\limits_{x\to -1} \frac{x+1}{x^2+x}$;d)$\lim\limits_{x\to 4} \sqrt{3x-8}$.

Вариант 2.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)$ $\lim\limits_{x\to 5} g(x) = 3.5$; b)$\lim\limits_{x\to -2} g(x) = 3$; c) $\lim\limits_{x\to 3} g(x) = -4.5$.

2. Вычислите: $a)$ $\lim\limits_{x\to 1}(x^2 + 6x - 8)$; b)$\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}} \frac{7x-14}{21x+2}$; c)$\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2}{x^2\text{-}x}$;d)$\lim\limits_{x\to 6} \sqrt{x+3}$.

Вариант 3.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim_{x\to-3} g(x) = 5$; b) $\lim_{x\to 2} g(x) = 4$; c) $\lim_{x\to-3} g(x) = -6$.

2. Вычислите: $a)\ \lim_{x\to 1}(9x^2\text{-}x + 8)$; b) $\lim_{x\to 0}\frac{2x-1}{x^2+3x-4}$; c) $\lim_{x\to 5}\frac{x+5}{x^2+5x}$; d) $\lim_{x\to 5}\sqrt{x+4}$.

Вариант 4.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim_{x\to 1} g(x) = -5$; b) $\lim_{x\to 0} g(x) = 3$; c) $\lim_{x\to-1} g(x) = -5$.

2. Вычислите: $a)\ \lim_{x\to 1}(x^2 + 3x - 5)$; b) $\lim_{x\to 0}\frac{\cos\pi x}{x+2}$; c) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+3x}{x+3}$; d) $\lim_{x\to 3.5}\sqrt{2x-6}$.

Контрольные вопросы:

1. Если функция непрерывна в точке, чему равен предел этой функции при стремлении аргумента к аргументу этой точки?
2. Основные правила вычисления предела функции в точке.
3. Как найти значение функции при заданном значении аргумента?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 30
ВЫЧИСЛЕНИЕ БЕСКОНЕЧНЫХ ПРЕДЕЛОВ

Цель:

- закрепить понятие предел функции на бесконечности
- сформировать навык вычисления предела функций.

Вариант 1.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim_{x\to\infty} g(x) = -3$; b) $\lim_{x\to\infty} g(x) = 5$; c) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 1{,}5$, $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -5$.

2. Вычислите: $a)\ \lim_{x\to\infty}(\frac{2}{x^2} + \frac{8}{x^3})$; b) $\lim_{x\to\infty}\frac{x-4}{x+3}$; c) $\lim_{x\to\infty}(\frac{7}{x^2} - 7)$;

d) $\lim_{x\to\infty}(4 + \frac{1}{x^3})\cdot\frac{2}{x^5}$.

Вариант 2.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim_{x\to\infty} g(x) = 3$; b) $\lim_{x\to\infty} g(x) = -2$; c) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -4$, $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 2$.

2. Вычислите: $a)\ \lim_{x\to\infty}(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3})$; b) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x-2}$; c) $\lim_{x\to\infty}(\frac{2}{x^9} + 1)$;

d) $\lim_{x\to\infty}(12 - \frac{1}{x^2})\cdot\frac{16}{x^7}$.

Вариант 3.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim_{x\to\infty} g(x) = -4$; b) $\lim_{x\to\infty} g(x) = 7$; c) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 6$, $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -2.5$.

2. Вычислите: $a)\ \lim_{x\to\infty}(\frac{7}{x^5}\text{-}\frac{2}{x^3})$; b) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x-4}{2x+7}$;

c) $\lim_{x\to\infty}(\frac{5}{x^3} + 1)\cdot(-\frac{8}{x^2} - 2)$; d) $\lim_{x\to\infty}(\frac{4}{x^3}\text{-}\frac{7}{x} - 21)$.

Вариант 4.

1. Изобразить график функции обладающей заданным свойством:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = 6$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = -1$; c) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -3,\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 2.5$.

2. Вычислите: $a)\ \lim\limits_{x\to\infty}(\frac{9}{x^3} - \frac{5}{x^7})$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x+9}{6x-1}$;

c) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{7}{x^6} - 2)\cdot(-\frac{6}{x^{10}} - 3)$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{6}{x^5} + \frac{4}{x^2} + 9)$.

Контрольные вопросы:

1. Общий вид графика предела функции на – ∞.
2. Общий вид графика предела функции на + ∞.
3. Основные формулы вычисления пределов функции на бесконечности.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 31
ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ПРЕДЕЛОВ

Цель:

- закрепить понятие замечательных пределов функции.
- сформировать навык применение замечательных пределов в вычислении пределов функций.

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 12x}{3x}$; b) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin(\frac{x^2-1}{x+5})}{\frac{x^2-1}{x+5}}$; c) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 14x}{tg7x}$; $d)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\cos 6x\text{-}\cos^3 6x}{x^2}$.

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{2x+3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{4x})^{2x}$; c) $\lim\limits_{x\to0}(1+tg2x)^{\frac{2}{x}}$.

Вариант 2.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 15x}{3x}$; b) $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sin(\frac{x^2-9}{x+5})}{\frac{x^2-9}{x+5}}$; c) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 7x}{tg3x}$; $d)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\cos 8x\text{-}\cos^3 8x}{2x^2}$.

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-5}{x+2}\right)^{x+7}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{6x})^{3x}$; c) $\lim\limits_{x\to0}(1+tg7x)^{\frac{1}{x}}$.

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 25x}{x}$; b) $\lim\limits_{x\to6}\frac{\sin(\frac{x^2-36}{x+5})}{\frac{x^2-36}{x+5}}$; c) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 8x}{tg9x}$; $d)\ \lim\limits_{x\to0}\frac{\cos 4x\text{-}\cos^3 4x}{3x^2}$.

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-7}{x+3}\right)^{x-9}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{3x})^{3x}$; c) $\lim\limits_{x\to0}(1+tg5x)^{\frac{15}{x}}$.

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 35x}{2x}$; b) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sin(\frac{x^2-49}{x+2})}{\frac{x^2-49}{x+2}}$; c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{tg9x}$; $d)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x\text{-}\cos^3 x}{2x^2}$.

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-7}{2x+2}\right)^{x+1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{3x})^{4x}$; c) $\lim\limits_{x\to 0}(1+tgx)^{\frac{8}{x}}$.

Вариант 5.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 9x}{2x}$; b) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sin(\frac{x^2-25}{x+3})}{\frac{x^2-25}{x+3}}$; c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{tgx}$; $d)\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 6x\text{-}\cos^3 6x}{2x^2}$.

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-8}{x+3}\right)^{x+1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{11x})^{33x}$; c) $\lim\limits_{x\to 0}(1+tg12x)^{\frac{1}{6x}}$.

Контрольные вопросы:

1. Формула первого замечательного предела.
2. Формулы второго замечательного предела.
3. Основные формулы тригонометрии.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 32
ИССЛЕДОВАНИЕ НА НЕПРЕРЫВНОСТЬ

Цель:

- закрепить понятие непрерывной функции, приращение аргумента и приращение функции, точка разрыва.
- сформировать навык исследования функции на непрерывность, вычисления приращения функции и определения вида точки разрыва функции.

Вариант 1.

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$a) y = x^2 + 3$; b) $y = \frac{x-2}{x+1}$; c) $y = x^3; d) y = -5x$.

2. Вычислите приращение функции $y = x^2 + 2x$ и приращение аргумента x_1 при переходе от точки $x_0 = -2$, если:

$a) x_1 = -1.9$; b) $x_1 = -2.1$; c) $x_1 = -1.5; d)\ x_1 = -2.5$.

3. Определить вид точки разрыва: $a)\ x = -1$ если $f(x) = \begin{cases} 6, x > -1, \\ 2, x \le -1. \end{cases}$

Вариант 2.

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$a) y = x^2 + 6$; b) $y = \frac{x-5}{x+2}$; c) $y = x^4; d) y = 3x$.

2. Вычислите приращение функции $y = x^3 + 6x$ и приращение аргумента x_1 при переходе от точки $x_0 = 3$, если: $a) x_1 = 1$; b) $x_1 = -2$; c) $x_1 = 5; d)\ x_1 = -4$.

3. Определить вид точки разрыва: $a)\ x = 2$ если $f(x) = \begin{cases} x\text{-}7, x < 2, \\ 1 - 3x, x > 2. \\ 5, x = 2 \end{cases}$

Вариант 3.

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$a) y = x^2 - 1$; b) $y = \frac{x+3}{x-1}$; c) $y = x^5; d) y = -11x$.

2. Вычислите приращение функции $y = x^4 + 2$ и приращение аргумента x_1 при переходе от точки $x_0 = 5$, если: $a) x_1 = -1$; b) $x_1 = 2.1$; c) $x_1 = 3; d)\ x_1 = 6$.

3. Определить вид точки разрыва: $a)\ x = 0$ если $f(x) = \frac{5}{x}$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое приращение аргумента?
2. Что такое приращение функции?
3. Виды точек разрыва.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 33-36 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СТЕПЕННЫХ, ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ, ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения правил дифференцирования для вычисления производных функций.
- сформировать умения использовать основные формулы дифференцирования для вычисления производных.

Вариант 1.

1. Вычислить производные степенных функций:

$a)\ y = x^8$; b)$y = x^{\frac{3}{5}}$; c)$y = (\frac{2}{x}\text{-}1)(x\text{-}x^{-1}); d) y = \frac{x^3-5}{\sqrt[3]{x}+1}; e)\ y = 2x^4 + x\sqrt{x}$.

2. Вычислите производные логарифмических функций:

$a) y = x^2 \ln x$; b)$y = \frac{\ln x}{x+1}$;

c)$y = 2^x\text{-} \log_3(x-1)\ d) y = \ln\ (9-5x); e)\ y = \frac{\log_5(3x-2)}{x^5}$.

3. Вычислить производные показательных функций:

$a)\ y = 3e^{x+4}$; b)$y = 2^{x+2}$; c) $y = \frac{e^x}{x^3}; d) y = 3e^2x\text{-}e^{3x-1}; e)\ y = x^2e^{2x-4}$.

4. Вычислите производные тригонометрических функций:

$a) y = \cos x + 2x$; b)$y = 2\sin x - 13$; c)$y = 6\ tgx \cdot ctg\ 2x; e)\ y = \frac{\cos x}{x}$.

Вариант 2.

1. Вычислить производные степенных функций:

$a)\ y = x^5 + 9x^{20} + 1$; b)$y = \sqrt[4]{x^5}$; c)$y = \left(7\sqrt[3]{x} + 5\right)(x^5 - 7x^3 + 1)$;

$d) y = \frac{3\sqrt{x} - 7}{x^4 + 1}; e)\ y = x^{40}$.

2. Вычислите производные логарифмических функций:

$a) y = \sqrt[7]{x^5} \ln x$; b) $y = \frac{\ln(x-4)}{x+1}$; c) $y = 5^x$- $7\log_{\frac{1}{5}}(x+1)$ $d) y = \ln\ (x+3)$;

$e)\ y = \frac{\log_4(2x-2)}{x^4}$.

3. Вычислить производные показательных функций:

$a)\ y = 8e^{x+12}$; b) $y = 4^{x+3}$; c) $y = \frac{e^{x-1}}{x^2}; d) y = 6x + e^{x+1}; e)\ y = x^5 e^{x+4}$.

4. Вычислите производные тригонометрических функций:

$a) y = \cos x + tg\ x$; b) $y = 2\sin x$ -$6x$; c) $y = \cos x \cdot ctgx; e)\ y = \frac{\sin x}{x}$.

Вариант 3.

1. Вычислить производные степенных функций:

$a)\ y = x^{24}$; b) $y = x^{\frac{3}{11}}$;

c) $y = (x^2 - 2)(x^7 + 4); d) y = \frac{-2\sqrt{x}}{8-3x}; e)\ y = x^9 - 6x^{21} - 36$.

2. Вычислите производные логарифмических функций:

$a) y = 7^x \ln(2x+3)$; b) $y = \frac{\ln x}{2x-1}$; c) $y = 4^x$- $\log_3 5x$ $d) y = \ln\ (10 - x^2)$;

$e)\ y = \frac{\log_8(x+5)}{x^8}$.

3. Вычислить производные показательных функций:

$a)\ y = e^{3x-7}$; b) $y = 3^{x-2}$; c) $y = \frac{e^{2x}}{x^8+4}; d) y = e^4 x + e^{5x+21}; e)\ y = x^3 e^{4x}$.

4. Вычислите производные тригонометрических функций:

$a) y = \sqrt{x} \cos x$; b) $y = 3\sin x + ctgx$; c) $y = tgx \cdot \sin x;\ e)\ y = \frac{\operatorname{tg} x}{3x-6}$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое производная функции?
2. Основные формулы вычисления производных тригонометрических функций.
3. Правила дифференцирование.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 37
ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ

Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения производных функций для определения монотонности, экстремума и наибольшего (наименьшего) значения функции.
- сформировать умения использовать производных функций для построения их графиков.

Вариант 1.

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

$a)\ y = 3x^2$-$4x + 5$; b)$y = \frac{x}{x^2-4}$; $c)\ y =$ -$x^4 + 5x^2 - 4$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$a) y = x^2$-$8x + 19, [-1; 5]$; b)$y = 2\sin x$, [-$\frac{\pi}{2}$; π];

c)$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1, [-1; 3]$; $d) y = \sqrt{x}, [0; 9]$.

Вариант 2.

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

$a)\ y = 5x^2$-$15x - 4$; b)$y = \frac{x-3}{x^2-8}$; $c)\ y =$ -$x^3 + 6x^2 - 5$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$a) y = x^2 + 4x - 3, [0; 2]$; b)$y = 6\cos x$, [-$\frac{\pi}{2}$; 0];

c)$y = x^3 + 3x^2 + 45x - 2, [-6; 0]$; $d) y = \sqrt{-x}, [-4; 0]$.

Вариант 3.

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

$a)\ y =$ -$2x^2$-$x + 7$; b)$y = \frac{2x+1}{x^2+2}$; $c)\ y = 2x^4 - 9x^2 + 7$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$a) y = 2x^2$-$8x + 6, [-1; 4]$; b)$y = tg\ x$, [-$\frac{\pi}{3}$; -$\frac{\pi}{6}$];

c)$y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3, [0; 2]$; $d) y =$ -$\sqrt{x}, [4; 16]$.

Вариант 4.

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

$a)\ y =$ -$x^2 + 2x + 3$; b)$y = \frac{x-2}{x^2+5}$; $c)\ y = x^3 + x^2$-$x - 1$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$a) y = -3x^2 + 6x - 10, [-2; 9]$; b)$y = -2tgx, [0; \frac{\pi}{6}]$;

c)$y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1, [-1; 2]$; $d) y =$ -$\sqrt{-x}, [-9; -4]$.

Контрольные вопросы:

1. Если производная функции на всей области определения больше нуля, то какой будет функция?

2. Основные формулы вычисления производных логарифмических функций.

3. Точка максимума функции это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №38
НАХОЖДЕНИЕ НАИЛУЧШЕГО РЕШЕНИЯ

Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения производных функций для определения

экстремума и наибольшего (наименьшего) значения функции.

- сформировать умения использовать производных функций для решения прикладных задач.

Вариант 1.

1. Разность двух чисел равна 98. Найти эти числа, если известно, что их произведение принимает наименьшее значение.
2. Периметр прямоугольника составляет 56 см. Каковы его стороны, если этот прямоугольник имеет наибольшую площадь.
3. Площадь прямоугольника составляет 16 см^2. Каковы должны быть его размеры, чтобы периметр прямоугольника был наименьшим.

Вариант 2.

1. Известно, что одно из двух чисел на 36 больше другого. Найдите эти числа, если известно, что их произведение принимает наименьшее значение.
2. Нужно огородить участок прямоугольной формы забором длинной 200 м. Каковы должны быть размеры этого прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей.
3. Огораживают спортивную площадку прямоугольной формы, площадь которой равна 2500 м^2. Каковы должны быть размеры, чтобы на забор ушло наименьшее количество сетки.

Контрольные вопросы:

1. Что такое ОВ?
2. Основные формулы вычисления производных показательных функций.
3. Что такое НП?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 39
НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Цель:

- закрепить понятия первообразной и неопределенного интеграла.
- сформировать навык вычисления неопределенного интеграла и нахождения первообразной.

Вариант 1

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если:

$a)\ F(x) = x^9, f(x) = 9x^8$; b) $F(x) = x^{13} + x^{19}, f(x) = 13x^{12} + 19x^{18}$;

c) $F(x) = 5\cos x, f(x) = -5\sin x$; $d)\ F(x) = \sin x + 2x^3, f(x) = 2\cos x + 6x^2$.

2. Для функции $y = f(x)$ найдите первообразную:

$a) f(x) = 4x^{10}$; b) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; c) $f(x) = \cos(4x - 3)$.

3. Найдите неопределенный интеграл:

$a)\ \int (3 - 11x)^6\, dx$; b) $\int -\frac{15}{x^2}\, dx$; c) $\int 6\cos x\, dx$.

Вариант 2.

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если:

$a)\ F(x) = x^{11}, f(x) = 11x^{10}$; b) $F(x) = x^5 + x^2, f(x) = 5x^4 + 2x$;

c) $F(x) = 3\sin x, f(x) = 3\cos x$; $d)\ F(x) = \cos x + 4x^3, f(x) = 2\cos x + 12x^2$.

2. Для функции $y = f(x)$ найдите первообразную:

$a) f(x) = 7x^{12}$; b) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$; c) $f(x) = \sin(2 - \frac{x}{2})$.

3. Найдите неопределенный интеграл:

$a)\ \int (6x + 5)^{11}\, dx$; b) $\int \frac{20}{x^2} dx$; c) $\int 4\sin x\, dx$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое процесс интегрирования?
2. Что такое первообразная?
3. Что такое неопределенный интеграл?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 40
ИНТЕГРИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ

Цель:

- закрепить понятия первообразной и неопределенного интеграла.
- сформировать навык применения различных методов интегрирования для вычисления неопределенного интеграла.

Вариант 1.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

$a)\ \int (x^7 + 4x)\, dx$; b) $\int \frac{2+x^2}{x} dx$; c) $\int (2 + 3\sin x)\, dx$; d) $\int \frac{dx}{4+x^2}$.

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

$a)\ \int (3 - 11x)^6\, dx$; b) $\int \frac{dx}{3-5x}$; c) $\int x e^{x^2}\, dx$; d) $\int \sin(3 - 4x)\, dx$.

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

$a)\ \int x^2 \cos x\, dx$; b) $\int \arcsin x\, dx$; c) $\int x e^{-2x}\, dx$; d) $\int \ln^2 x\, dx$.

Вариант 2.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

$a)\ \int 2^{3x-1}\, dx$; b) $\int \frac{x^2+x3^x-x\cos x}{x} dx$; c) $\int tg^2 x\, dx$; d) $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$.

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

$a)\ \int (1 + \sin x)^3 \cos x\, dx$; b) $\int e^{2x+5} dx$; c) $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$; d) $\int \frac{5x}{5x^2-3} dx$.

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

$a)\ \int x\, arctgx\, dx$; b) $\int e^{2x} \sin x\, dx$; c) $\int x^2 \ln^2 x\, dx$; d) $\int x 2^{3x}\, dx$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Основные формулы вычисления интегралов тригонометрических функций.

3. Формула вычисления интеграла методом интегрирования по частям.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 41
ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Цель:

- закрепить понятия определенного интеграла.
- сформировать навык применения различных правил, формул и методов интегрирования для вычисления интеграла.

Вариант 1.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

$a)\ \int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{1}{2}} x^3\,\mathrm{dx}$; b)$\int_1^2 \frac{4x^5-3x^4+x^3-1}{x^2}\,dx$; c)$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$.

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

$a)\ \int_1^2 (1-x)^3\,dx$; b)$\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}$; c)$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin\frac{x}{2}\,dx$.

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

$a)\ \int_0^{\pi} x\cos x\,dx$; b)$\int_1^e \ln^3 x\,dx$.

Вариант 2.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

$a)\ \int_{-1}^{2} x^2\,\mathrm{dx}$; b)$\int_{-2}^{-1} \frac{5x^7-4x^6+2x}{x^3}\,dx$; c)$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x\,dx$.

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

$a)\ \int_{-1}^{1} \frac{dx}{(3x+5)^3}$; b)$\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{\cos x}\sin x\,dx$; c)$\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos 2x\,dx$.

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

$a)\ \int_0^{\pi} e^{2x}\cos x\,dx$; b)$\int_0^1 x^2e^x\,dx$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое определенный интеграл?
2. Основные формулы вычисления интегралов степенных функций.
3. Методы интегрирования.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 42
ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ И ПЛОЩАДЕЙ

Цель:

- закрепить понятия определенного и неопределенного интеграла.
- формировать навык применения определенного интеграла для вычисления площади и объемов фигур.

Вариант 1.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2, y = 0, x = 4$; б) $y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2$;

в) $y = 1 - x^2, y = -x - 1$; г) $y = x^2 - 4x, y = -(x - 4)^2$;

д) $y = \cos x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ох фигуры ограниченной линиями $y^2 = x, y = x^2$.

Вариант 2.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, y = 0, x = -3, x = 1$; б) $y = -x^2 + 4x, y = 0$; в) $y = 2x, y = x - 2, x = 4$;

г) $y = x^2 + 2x - 3, y = -x^2 + 2x + 5$; д) $y = \sin x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ох фигуры ограниченной линиями $y^2 = 8x, y = x^2$.

Вариант 3.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2, y = 0, x = -3$; б) $y = 4 - x^2, y = 0$; в) $y = 1 - x, y = 3 - 2x, x = 0$;

г) $y = -x^2 + 2x + 3, y = 3 - x$; д) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$.

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ох фигуры ограниченной линиями $y = \sin x, x = 0, x = \pi$.

Вариант 4.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2$; б) $y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2$;

в) $y = x^2 - 1, y = 2x + 2$; г) $y = x^2 - 4x + 3, y = -x^2 + 6x - 5$;

д) $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ох фигуры ограниченной линиями $y = \cos x,\ x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое определенный интеграл?
2. Основные формулы вычисления объемов тел вращения с помощью интегралов.
3. Формула Ньютона-Лейбница.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №43
РАЗВЕРТКА МНОГОГРАННИКА

Цель:

- проверить знание понятий многогранный угол, многогранная поверхность, многогранник и развертка многогранника;
- формирование пространственных представлений, умения обобщать, систематизировать, видеть закономерности.

Вариант 1.

1. Каково может быть взаимное расположение прямых в пространстве?
2. Дайте определение понятию двугранный угол.
3. Многогранный угол – это …
4. Постройте выпуклый шестигранный угол.
5. Что называют замкнутой многогранной поверхностью?
6. Что является гранью многогранной поверхности?
7. Назовите все грани данного многогранника. *(Рис.1.)*
8. Для данного многогранника постройте развертку, разрезав по 5 ребрам. Если $AA_1 = BB_1 = CC_1 = 3$см., $AB = AC = A_1B_1 = A_1C_1 = 2.5$ см., $BC = B_1C_1 = 1$см. *(Рис. 2.)*

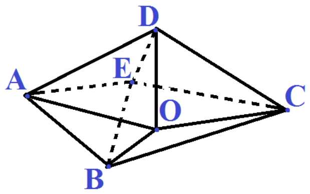

Рисунок 1

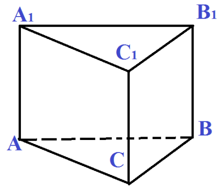

Рисунок 2

Вариант 2.

1. Каково может быть взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве?
2. Дайте определение понятию трехгранного угла.
3. Многогранный угол – это …
4. Постройте невыпуклый семигранный угол.
5. Что называют многогранником?
6. Что является ребрами многогранной поверхности?
7. Назовите все ребра данного многогранника. *(Рис. 1.)*
8. Для данного многогранника постройте развертку, разрезав по 4 ребрам. Если $AE = BE = CE = ED = 4$см., $AD = BC = 2$ см., $DC = AB = 3$см. *(Рис. 2.)*

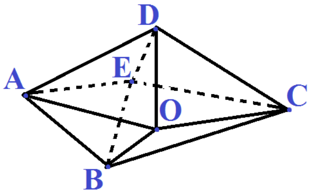

Рисунок 1

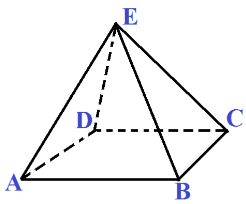

Рисунок 2

Контрольные вопросы:

1. Что такое многогранник?
2. Что такое грань многогранной поверхности?
3. Замкнутая многогранная поверхность это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 44
ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ И ПЛОЩАДЕЙ

Цель:

- закрепить понятия многогранник, призма, параллелепипед, куб, пирамида и усечённая пирамида.
- формировать навык применения основных свойств многогранников для вычисления их площади поверхности и объема.

Вариант 1.

1. Дать определение понятию призма.
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота — 10.
3. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник ABC, у которого $AB = AC = 13$ см, $BC = 10$ см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
4. Найдите объем куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC = 12$см.

Вариант 2.

1. Дать определение понятию параллелепипеда.
2. В наклонной четырехугольной призме длина бокового ребра равна 8 см, а расстояние между последовательными боковыми ребрами 3 см, 6 см, 2 см и 7 см. Найдите площадь её боковой поверхности.
3. Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в 30° и 45°. Найдите площадь поверхности пирамиды.
4. Найдите объем куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $DE = 1$см, где E-середина ребра AB.

Вариант 3.

1. Дать определение понятию пирамида.
2. В прямом параллелепипеде длины сторон основания равны 6 м и 8 м, причем эти стороны образуют угол 30°, длина бокового ребра 5 м. Найдите площадь полной поверхности этого параллелепипеда.
3. Основанием пирамиды является треугольник, длины которого равны 13 см, 14 см и 15 см. Боковое ребро, противолежащее средней по величине стороне основания, перпендикулярно к плоскости основания и имеет длину, равную 16 см. Найдите площадь полной поверхности этой пирамиды.
4. Найдите объем куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC_1 = 3\sqrt{2}$ м.

Вариант 4.

1. Дать определение понятию куб.
2. Найдите длину бокового ребра. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 7 см, а длина стороны основания 8 см.
3. Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м

и 4 м и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

4. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны $a = 11, b = 12,$ а высота равна $h = 15$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое пирамида?
2. Что такое призма?
3. Что такое куб?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 45
ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОГРАННИКА

Цель:

- закрепить понятия правильного многогранника, тетраэдр, октаэдр, гексаэдр, додекаэдр, икосаэдр.
- формировать навык применения основных свойств многогранников для вычисления их площади поверхности и объема.

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Построить объемную модель многогранника.
2. Вычислить дня построенной фигуры площадь поверхности и объем.

Вариант 1. тетраэдр.

Вариант 2. октаэдр.

Вариант 3. гексаэдр.

Вариант 4. додекаэдр.

Вариант 5. икосаэдр.

Контрольные вопросы:

1. Что такое тетраэдр?
2. Что такое икосаэдр?
3. Что такое додекаэдр?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 46
РАЗВЕРТКА ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Цель:

- закрепить понятия тела вращения, цилиндр, конус и усеченный конус.
- формировать навык применения основных свойств тел вращения для решения задач.

Вариант 1.

1. Построить развертку:

а) цилиндра радиус основания равен 2 см, а образующая равна 4см;

б) конуса радиус основания равен 1,5 см, а высота 3см.

2. Постройте фигуру, полученную в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг оси, проходящей через гипотенузу.

3. Дать определение понятию цилиндр.

Вариант 2.

1. Построить развертку:

а) цилиндра радиус основания равен 1,5 см, а образующая равна 3см;

б) конуса радиус основания равен 2 см, а высота 5 см.

2. Постройте фигуру, полученную в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла перпендикулярно к высоте, опущенной из этой вершины на гипотенузу.

3. Дать определение понятию конус.

Вариант 3.

1. Построить развертку:

а) цилиндра радиус основания равен 2 см, а образующая равна 1см;

б) конуса радиус основания равен 2 см, а высота 1см.

2. Постройте фигуру, полученную в результате вращения ромба вокруг оси, проходящей через одну из его сторон.

3. Дать определение понятию усечённый конус.

Вариант 4.

1. Построить развертку:

а) цилиндра радиус основания равен 0,5 см, а образующая равна 3,5 см;

б) конуса радиус основания равен 0,5 см, а высота 2,5см.

2. Постройте фигуру, полученную в результате вращения трапеции равнобокой вокруг оси, проходящей через одно из его оснований.

3. Дать определение понятию тело вращения.

Контрольные вопросы:

1. Что такое цилиндр?
2. Что такое конус?
3. Развертка цилиндра.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 47
ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ И ПЛОЩАДЕЙ

Цель:

- закрепить понятия тела вращения, цилиндр, конус, усеченный конус, шар.
- формировать навык применения основных свойств тел вращений для вычисления их площади поверхности и объема.

Вариант 1.

1. Дать определение понятию цилиндр.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 $м^2$, а площадь основания равна 5 $м^2$. Найдите высоту цилиндра.

3. Высота конуса равна 10 см, а радиус основания равен 5 см. Найдите образующую конуса.

4. Найдите объем сферы, диаметр которой равен 20 см.

Вариант 2.

1. Дать определение понятию конус.

2. Основанием цилиндра служит круг диаметра 3 см, высота цилиндра 6 см. Чему равна боковая и полная поверхность цилиндра?

3. Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 см и 8 см, длина образующей 9 см. Найдите полную поверхность и площадь осевого сечения.

4. Найдите объем цилиндра, если площадь боковой поверхности равна 48 $см^2$, а длина окружности основания 8 см.

Контрольные вопросы:

1. Что такое усеченный конус?
2. Формула вычисления площади полной поверхности цилиндра.
3. Осевое сечение это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 48
МНОЖЕСТВА

Цель:

- закрепить понятие множества, подмножества.
- развить навык задания множеств разными способами.
- сформировать умения определять подмножества для данного множества.

Задания для самостоятельного выполнения:

4. Сформулируйте характеристическое свойство для следующих числовых промежутков и укажите дополнение для данного множества до универсального множества.

5. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна операции над множествами если$A \cap B \cap C$.

6. Способом перечисления задайте следующие множества.

Вариант 1.

1. Задайте перечислением элементов множество X, состоящее из букв, использующихся при записи слова «пересечение». Принадлежит ли множеству X буква с? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.

2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 50. Принадлежит ли этому множеству число 10? число 20?

3. Составьте все подмножества множества P = {–2;-1; 0}.

4. а)$(4; 26{,}5)$; б)$[-12; 91]$; в) $[0; 689)$.
5. а) $(A \cap C)$-В; б) $(B\text{-}A) \cup (C\text{-}A)$.
6. $A = \{1,2,6,8,9,10,11\}, B = \{2,3,9,12,22,1\}$. а) $A \cap B$; б) $A \cup B$; в) $A\text{-}B$.

Вариант 2.

1. Задайте перечислением элементов множество Х, состоящее из букв, использующихся при записи слова «перечисление». Принадлежит ли множеству Х буква с? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.
2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 40. Принадлежит ли этому множеству число 10? число 15?
3. Составьте все подмножества множества Р = $\{0;1;2;3\}$.
4. а)$(6; 25)$; б)$[-1; 101]$; в) $[0; 57)$.
5. а) $(A \cap B)$-С; б) $(B \cap A) \cup (C\text{-}A)$.
6. $A = \{1,2,9,22,10,11\}, B = \{2,3,9,12,22,10,1\}$. а) $A \cap B$; б) $A \cup B$; в) $A\text{-}B$.

Контрольные вопросы:

1. Что такое множество?
2. Способы задания множеств.
3. Операции над множествами.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 49
РЕШЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Цель:

- закрепить знания о понятии комбинаторика, перестановка, размещение, сочетание;
- развить умение решения комбинаторных задач различными методами;

Вариант 1.

Решить задачи:

1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?
2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?
3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?
4. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?
5. В танцевальном кружке занимаются 11 девочек и 8 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать пару для танца?

Вариант 2.

Решить задачи:

1. У мамы 4 апельсина и 2 граната. Каждый день в течение 6 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

2. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Стол и Программирование?

3. В танцевальном кружке занимаются 13 девочек и 9 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать пару для танца?

4. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

5. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.

Контрольные вопросы:

1. Формула подсчета комбинаций перестановкой с повторениями.
2. Основные свойства сочетания.
3. Сочетание это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 50
РЕШЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧ

Цель:

- закрепить знания о понятиях случайное событие, вероятность;
- сформировать навыки нахождения вероятности случайных событий.

Вариант 1.

1. Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: а) согласной; в) гласной; с) буква «о».

2. Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

3. Цифры 1, 2, 3, …, 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.

4. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

Вариант 2.

1. Из букв слова «комбинаторика» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: а) согласной; в) гласной; с) буква «о».

2. Ребенок имеет на руках 4 кубика с буквами: С, Л, О, Т. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "стол"?

3. Цифры 1, 2, 3,4,5,6,7,8,9 выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) нечетное; б) трехзначное

4. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Контрольные вопросы:

1. Что такое благоприятствующий исход?
2. Основные свойства вероятности события.
3. Совместные события это?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 51
ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ

Цель:

- закрепить знания о понятии вероятность;
- сформировать навыки нахождения вероятности событий с применением формулы Бернулли.

Вариант 1.

Решите задачи:

1. Из n аккумуляторов за год хранения k выходит из строя. Наудачу выбирают m аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них l исправных: n=100, k=7,m=5, l=3.

2. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей более двух девочек. Вероятность рождения девочки принять равной 0,48.

Вариант 2.

Решите задачи:

1. Из n аккумуляторов за год хранения k выходит из строя. Наудачу выбирают m аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них l исправных: n=200, k=6,m=4, l=2.

2. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей не более двух девочек. Вероятность рождения девочки принять равной 0,48.

Контрольные вопросы:

1. Классическое определение вероятности события?
2. Вероятность противоположного события?
3. Формула Бернулли.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 52
ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель:

- закрепить знания о понятиях вероятность, случайная величина, математическое ожидание, дисперсия;
- сформировать навыки вычисления числовых характеристик случайной величины.

Вариант 1.

Решите задачи:

1. Дан закон распределения случайной величины X. Вычислите математическое ожидание случайной величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

x_i	0	1	2	3
p_i	0.2	0.3	0.4	0.1

2. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равно среднее квадратическое отклонение случайной величины?

3. Компьютер состоит из трех независимо работающих элементов: системного блока, монитора и клавиатуры. При однократном резком повышении напряжения вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов при скачке напряжения в сети.

4. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	–5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 2.

Решите задачи:

1. Найти дисперсию случайной величины X со следующим законом распределения:

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

2. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более четырех выстрелов. Составить закон распределения числа

промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти числовые характеристики случайной величины.

3. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

4. Найти числовые характеристики случайной величины X со следующим законом распределения:

X	-1	2	5
P	0,03	0,06	0,91

Вариант 3.

Решите задачи:

1. Дан закон распределения случайной величины X. Вычислите математическое ожидание случайной величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	-1	2	5
P	0,03	0,06	0,91

2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы «А1» и 4 машины агрофирмы «А2». Под разгрузку случайным образом загоняются 8 машин. Число машин фирмы «А1», попавших под разгрузку - случайная величина. Составить закон распределения этой случайной величины. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение этого распределения.

3. На полке из 6 книг 3 книги по математике и 3 по физике. Выбирают наудачу три книги. Найти закон распределения числа книг по математике среди выбранных книг. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

4. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	–6	1	2	8
P	0,04	0,03	0,01	0,92

Контрольные вопросы:

1. Что такое ДСВ?
2. Формула вычисления математического ожидания.
3. Формула вычисления дисперсии.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основные источники:

1. *Богомолов, Н. В.* Математика : учебник для СПО / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт,

2016. — 396 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа https://www.biblio-online.ru]

2. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования – М.: Академия, 2016 – 256 с. [Электронный ресурс; Режим доступа http://www.academia-moscow.ru]

Дополнительные источники:

3. *Богомолов, Н. В.* Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 285 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа https://www.biblio-online.ru]

4. *Богомолов, Н. В.* Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 217 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа https://www.biblio-online.ru]

5. Алимов Ш. А. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций базовый уровень) – М.: Просвещение, 2014 – 463 с.

6. Микиша А. М., Орлов В. Б. Толковый математический словарь. Основные термины: около 2500 терминов – М.: Рус. яз., 1988 – 244 с.

7. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров – М.: Юрайт, 2013 – 479 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПД.01 МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА, НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

15.00.00 МАШИНОСТРОЕНИЕ
специальность 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)

Методические указания по выполнению практических занятий для обучающихся 1 курса

Методические указания по выполнению практических занятий разработал преподаватель: Бахматова Юлия Николаевна

Подписано к печати ***25.05.2017 г.*** Объем ***4,1*** п.л.
Формат 60х84/16 Заказ
Тираж ***30 экз.***

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Югорский государственный университет»
628615 Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ,
г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.